

Abschlussbericht

ECOsights - Entwicklung von architektonischen, bauklimatischen und didaktischen Maßnahmen zum Bau und Betrieb nachhaltiger Museen am Beispiel des Eingangs- und Ausstellungsgebäudes des LWL-Freilichtmuseums Detmold, westfälisches Landesmuseum für Alltagskultur

Fachgebiet Tragwerksentwicklung und Bauphysik
Fachbereich Architektur
Technische Universität Darmstadt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

ECOsights - Entwicklung von architektonischen, bauklimatischen und didaktischen Maßnahmen zum Bau und Betrieb nachhaltiger Museen am Beispiel des Eingangs- und Ausstellungsgebäudes des LWL-Freilichtmuseums Detmold, westfälisches Landesmuseum für Alltagskultur

Abschlussbericht
DBU-Projekt AZ 35442/02
Langfassung Arbeitspaket 7

Gefördert von der *Deutsche Bundesstiftung Umwelt* (DBU)

Autoren:
Stephan Abel, M.Sc.

Darmstadt, der 20.03.2023

Fachgebiet
Tragwerksentwicklung und
Bauphysik

Prof. Dr.-Ing.
Karsten Tichelmann

El-Lissitzky-Str. 1
64287 Darmstadt

Tel. +49 6151 16 - 75501
Fax +49 6151 16 - 75510

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	2
Abbildungsverzeichnis	4
Tabellenverzeichnis	6
Abkürzungsverzeichnis	7
1.Zusammenfassung	8
2.Einleitung und Ziel der Untersuchungen	9
4.Voruntersuchungen	10
4.1. Recherche zu klebstoff-und metallfreien nachgiebig zusammengesetzten Trägern aus Bauholz für tragende Zwecke	10
4.2. Holzschrauben	11
4.3. Gratleisten	11
4.4. Neuzeitliche Schwalbenschwanzverbindungen	11
4.5. Entwurf verdübelter nachgiebig zusammengesetzter Träger	12
4.6. Vorüberlegungen Spannungsverläufe nachgiebig zusammengesetzter Träger	13
4.7. Druckfestigkeit von Holz	14
4.8. Schubfestigkeit von Holz	14
4.9. Zugfestigkeit von Holz	15
4.10. Schlussfolgerung	15
4.11. Holzlamellen-Längsstöße	15
5.Hauptuntersuchungen Teil 1: Längsstöße	17
5.1. Variationen und Untersuchungsmethoden	17
5.2. Analytische Tragfähigkeitsberechnungen ausgewählter Längsstöße	17
5.2.1. Gerades Hakenblatt	17
5.2.2. Schwalbenschwanzzapfen	19
5.2.3. Schwalbenschwanzstoß	22
5.2.4. Zugblatt	22
5.2.5. Zusammenfassung der Ergebnisse und Wahl geeigneter Verbindungen zur weiteren Betrachtung	22
5.3. Numerische Tragfähigkeitsberechnungen ausgewählter Längsstöße	24
5.4. Bauteilversuche ausgewählter Längsstöße	29
5.4.1. Prüfaufbau und Durchführung	30
5.4.2. Prüfergebnisse	31
5.5. Vergleich Prüfergebnisse und analytische Festigkeitsberechnung	34
5.6. Optimierung des Querschnitts des Hakenblattes	35
5.7. Schlussfolgerungen	36
6.Hauptuntersuchungen Teil 2: Nachgiebig zusammengesetzte Träger- Schubverbindungen	37
6.1. Analytische Berechnung von Schubverbindungen	37
6.1.1. Auswahl einer geeigneten Schubverbindung	37
6.1.2. Parameterstudie zur Entwicklung einer optimalen Geometrie	39
6.1.3. Überschlägige Berechnung des Verschiebungsmoduls mit Literaturangaben	42
6.1.4. Ermittlung der Biegetragfähigkeit eines nachgiebig zusammengesetzten Trägers	43
6.2. Numerische Untersuchungen von Schubverbindungen	46
6.2.1. Entwicklung eines numerischen Modells in Ansys	46
6.2.2. Materialmodell	47
6.2.3. Modellbildung	49
6.2.4. Verifizierung der Modelle	51
6.3. Numerische Untersuchungen zum Tragverhalten von Schubverbindungen	54

6.3.1.	Betrachtung möglicher Prüfkörpergeometrien für die experimentelle Ermittlung von K_{ser}	55
6.3.2.	Ansätze zur numerischen Schnittgrößenermittlung des Zahnbalkens	59
6.4.	Bauteilversuche Schubverbindungen	60
6.4.1.	Experimentelle Bestimmung von K_{ser} des Zahnbalkens	60
6.4.2.	Versuchsvorbereitung	62
6.4.3.	Versuchsaufbau	62
6.4.4.	Versuchsdurchführung	64
6.4.5.	Versuchsauswertung	65
6.4.6.	Ergänzende Schubprüfungen mit optimaler Zahngeometrie	77
6.5.	Experimentelle Ermittlung der Biegetragfähigkeit des Zahnbalkens	80
6.5.1.	Prüfkörper	80
6.5.2.	Versuchsaufbau	81
6.5.3.	Versuchsdurchführung	82
6.5.4.	Versuchsergebnisse	83
6.5.5.	Zusammenfassung der Versuchsergebnisse	89
7.	Bewertung der Ergebnisse	90
7.1.	Bewertung und Optimierung der Zugverbindungen	90
7.1.1.	Bewertung der Zugtragfähigkeit der gewählten Verbindung	90
7.1.2.	Optimierung der gewählten Verbindung	91
7.1.3.	Vergleich der Ergebnisse mit Literaturwerten	92
7.1.4.	Abschließende Bewertung der Zugtragfähigkeit historischer Längsstoßverbindungen	92
7.2.	Bewertung der Schubverbindungen	92
7.2.1.	Vergleich der Ergebnisse zur Schubtragfähigkeit	93
7.2.2.	Bewertung der Schubtragfähigkeit der Verzahnung	95
7.2.3.	Bewertung der Biegetragfähigkeit des Zahnbalkens	95
7.2.4.	Bewertung der Ergebnisse unter dem Aspekt der Nachhaltigkeit	96
8.	Fazit und Ausblick	97
9.	Literaturverzeichnis	99

Abbildungsverzeichnis

Abb.- 4-1 Verzahnte nachgiebig zusammengesetzter Träger	10
Abb.- 4-2 „Nur-Holz“ Schraube, Fa. Rombach	11
Abb.- 4-3 Holzius“ Gratleiste	11
Abb.- 4-4 Schwalbenschwanzverbindung nach ABZ Z-9.1-649	12
Abb.- 4-5 Verdübelter Träger (eigene Darstellung nach.....)	12
Abb.- 4-6 Verschiedene Formen der Verdübelung	13
Abb.- 4-7 Spannungen in formschlüssiger Verbindung unter Schubbelastung	13
Abb.- 4-8 Ausgewählte Längsstöße für die Übertragung von Zugkräften	16
Abb.- 5-1 Skizze des Hakenblattes mit Wirkungslinien der resultierenden Zugkräfte	17
Abb.- 5-2 Skizze schräges Hakenblatt	19
Abb.- 5-3 Skizze Zahnblatt	19
Abb.- 5-4 Skizze des Schwalbenschwanzzapfens in cm mit Wirkungslinien der Kräfte	19
Abb.- 5-5 Allgemeiner Berechnungsansatz von Schwalbenschwanzverbindungen	20
Abb.- 5-6 Freischnitt zur Berechnung der Querspannungen	21
Abb.- 5-7 Skizze des Schwalbenschwanzstoß ⁹	22
Abb.- 5-8 Skizze des Zugblattes	22
Abb.- 5-9 Details Hakenblatt.....	24
Abb.- 5-10 Details Zahnblatt.....	24
Abb.- 5-11 Hakenblatt - Normalspannungen.....	26
Abb.- 5-12 Zahnblatt – Normalspannungen	26
Abb.- 5-13 Hakenblatt - Scherspannungen.....	27
Abb.- 5-14 Zahnblatt - Scherspannungen	27
Abb.- 5-15 Hakenblatt mit 5mm Abrundungen - Normalspannungen	28
Abb.- 5-16 Hakenblatt mit 5mm Abrundungen - Scherspannungen	28
Abb.- 5-17 Zahnblatt mit 2mm Abrundungen - Normalspannungen	28
Abb.- 5-18 Zahnblatt mit 2mm Abrundungen - Scherspannungen	29
Abb.- 5-19 Hakenblatt Prüfkörper	29
Abb.- 5-20 Zahnblatt Prüfkörper	29
Abb.- 5-21 Aufbau Prüfmaschine.....	30
Abb.- 5-23 Prüfergebnisse Hakenblatt Kraft-Verformungskurven	31
Abb.- 5-24 Prüfergebnisse Zahnblatt Kraft-Verformungskurven.....	32
Abb.- 5-25 Bruchbilder Hakenblatt.....	33
Abb.- 5-26 Bruchbilder Zahnblatt	33
Abb.- 5-27 Bruchbilder Hakenblatt.....	33
Abb.- 5-28 Bruchbilder Zahnblatt	33
Abb.- 5-29 Hakenblatt mit Optimierung.....	36
Abb.- 6-1 Prüfkörpergeometrie	40
Abb.- 6-2 Modell für die Berechnung der maximalen Bruchlast	41
Abb.- 6-3 Einfluss von t_v und α auf die Tragfähigkeit eines Zahnpaares	41
Abb.- 6-4 Statisches System und Querschnittsabmessungen.....	43
Abb.- 6-5 Spannungsverlauf σ_y nach dem Rechenverfahren der EN 1995-1-1 Anhang B.....	45
Abb.- 6-6 Materialachsen und Achsen des numerischen Modells im Vergleich	48
Abb.- 6-7 Lokales Koordinatensystem	49
Abb.- 6-8 Randbedingungen Zugverbindung mit Spannungsverlauf zur Verifizierung der RB	50
Abb.- 6-9 Randbedingungen Schubverbindung mit Spannungsverlauf zur Verifizierung der RB	50
Abb.- 6-10 Normalspannungsverlauf im Bereich der Druckkontaktfläche.	52
Abb.- 6-11 Prüfkörpervarianten zur Ermittlung von K_{ser}	54
Abb.- 6-12 Visualisierung der Normalspannungen parallel zur Faser.....	55
Abb.- 6-13 Visualisierung der maßgebenden Schubspannungen i	56
Abb.- 6-14 Visualisierung der Normalspannungen senkrecht zur Faser.....	56
Abb.- 6-15 Vergleich der Normalspannungsverläufe parallel zur Faser d	57
Abb.- 6-16 Prinzipskizze der Prüfkörper zur Ermittlung von K_{ser}^9	60
Abb.- 6-17 Versuchsaufbau:	63
Abb.- 6-18 Exemplarische Belastungskurve.....	64
Abb.- 6-19 Versagen durch Abscheren. Bruchbild von Typ 4 Nr. 1.....	65

Abb.- 6-20 Übersicht aller Arbeitslinien je Prüfkörpertyp	66
Abb.- 6-21 Arbeitslinien zum Vergleich von Scher- und Druckversagen	67
Abb.- 6-22 Druckversagen, Bruchbild Typ 6 Nr. 4.....	68
Abb.- 6-23 Bruchbilder der 1. Art des kombinierten Schub-Druck-Versagens	68
Abb.- 6-24 Arbeitslinien des kombinierten Schub-Druck-Versagens.....	69
Abb.- 6-25 Bruchbilder des Typs 3 Nr. 3	70
Abb.- 6-26 Bruchlast F_{max} der Prüfkörper	71
Abb.- 6-27 Verschiebungsmodul K_{ser} der Prüfkörper.....	72
Abb.- 6-28 Rohdichte ρ_m der Prüfkörper bei einer Holzfeuchte $\omega \approx 12\%$	72
Abb.- 6-29 Druckfestigkeit der Prüfkörper	73
Abb.- 6-30 Schubfestigkeit der Prüfkörper	74
Abb.- 6-31 Einfluss der Zahntiefe t_v auf den Verschiebungsmodul eines Zahnpaars	75
Abb.- 6-32 Verschiebungsmodul pro Meter	76
Abb.- 6-33 Kraft-Weg-Diagramm Typ 1.	78
Abb.- 6-34 Prüfkörpergeometrie mit Lagerungs- und Belastungspunkten	80
Abb.- 6-35 Position der Vollholzschrauben	80
Abb.- 6-36 Versuchsaufbau zur Bestimmung des globalen Elastizitätsmodul.....	82
Abb.- 6-37 Details des Versuchsaufbaus zur Bestimmung des globalen Elastizitätsmodul.....	82
Abb.- 6-38 Prüfkörper Nr. 1 - Abgescherte Verzahnung.....	83
Abb.- 6-39 4-Punkt-Biegeprüfung – Kraft-Weg-Diagramm des Prüfkörpers Nr. 1	83
Abb.- 6-40 Prüfkörper Nr. 2 - Bruchbilder	84
Abb.- 6-41 4-Punkt-Biegeprüfung – Kraft-Weg-Diagramm des Prüfkörpers Nr. 2	84
Abb.- 6-42 Prüfkörper Nr. 3 - Versagen durch eine Ringschale	85
Abb.- 6-43 4-Punkt-Biegeprüfung – Kraft-Weg-Diagramm des Prüfkörpers Nr. 3	85
Abb.- 6-44 Prüfkörper Nr. 4 - Biegezugversagen durch mehrere Äste in der Zugzone	86
Abb.- 6-45 4-Punkt-Biegeprüfung – Kraft-Weg-Diagramm des Prüfkörpers Nr. 4	86
Abb.- 6-46 Prüfkörper Nr. 5 - Biegezugversagen in Form eines Sprödbruchs	87
Abb.- 6-47 4-Punkt-Biegeprüfung – Kraft-Weg-Diagramm des Prüfkörpers Nr. 5	87
Abb.- 6-48 Prüfkörper Nr. 6 - Biegezugversagen durch Äste in der Zugzone	88
Abb.- 6-49 4-Punkt-Biegeprüfung – Kraft-Weg-Diagramm des Prüfkörpers Nr. 6	88
Abb.- 6-50 4-Punkt-Biegeprüfung Kraft-Weg-Diagramm der Prüfkörper Nr.1 - Nr.6.....	89
Abb.- 7-1 Vergleich der a Ergebnisse der Schubtragfähigkeit von sechs Prüfkörpergeometrien.....	93

Tabellenverzeichnis

Tabelle 4-1 Druckfestigkeit von Holz, charakteristische Werte nach EN 338	14
Tabelle 4-2 Schubfestigkeit von Holz, charakteristische Werte nach EN 338	14
Tabelle 4-3 Schubfestigkeit von Holz, charakteristische Werte nach EN 338	15
Tabelle 5-1 Ergebnistabelle der analytischen Berechnungen der Vorauswahl	24
Tabelle 5-2 Prüfergebnisse Hakenblatt.....	31
Tabelle 5-3 Prüfergebnisse Zahnblatt.....	32
Tabelle 5-4 Spannungen und Auslastung für Hakenblatt und Zahnblatt nach analytischer Festigkeitsberechnung	34
Tabelle 5-5 Bruchlasten und Spannungen der Prüfkörper	34
Tabelle 5-6 Optimierung des Hakenblattes	35
Tabelle 6-1 Vergleich der Schubverbindungen	38
Tabelle 6-2 Rechnerische Bruchlast der gewählten Prüfkörpergeometrien	42
Tabelle 6-3 Überschlägige Ermittlung des Verschiebungsmoduls	43
Tabelle 6-4 Werkstoffabhängige Materialparameter für die numerische Simulation	48
Tabelle 6-5 Charakteristische Festigkeiten der DIN EN 338 als orthotrope Spannungsgrenzen	48
Tabelle 6-6 Vergleich gewählter Materialparameter für die numerische Simulation	49
Tabelle 6-7 Diskretisierungsstudie.....	53
Tabelle 6-8 Sensitivitätsanalyse. Sortierung aufsteigend	54
Tabelle 6-9 Numerische Ermittlung von K_{ser}	58
Tabelle 6-10 Prüfkörpergeometrien zur Bestimmung von K_{ser} des Zahnbalkens	61
Tabelle 6-11 Geschätzte Maximalwerte F_{est} zur Bestimmung des Belastungsverfahrens	62
Tabelle 6-12 Vergleich der ergänzenden mit der ersten Prüfung von Typ 1	78
Tabelle 6-13 Übersicht der Versuchsergebnisse von Typ 1	79
Tabelle 6-14 Prüfkörper Nr. 1 - Versuchsergebnisse der 4-Punkt-Biegeprüfung	83
Tabelle 6-15 Prüfkörper Nr. 2 - Versuchsergebnisse der 4-Punkt-Biegeprüfung	84
Tabelle 6-16 Prüfkörper Nr. 3 - Versuchsergebnisse der 4-Punkt-Biegeprüfung	85
Tabelle 6-17 Prüfkörper Nr. 4 - Versuchsergebnisse der 4-Punkt-Biegeprüfung	86
Tabelle 6-18 Prüfkörper Nr. 5 - Versuchsergebnisse der 4-Punkt-Biegeprüfung	87
Tabelle 6-19 Prüfkörper Nr. 6 - Versuchsergebnisse der 4-Punkt-Biegeprüfung	88
Tabelle 6-20 Zusammenfassung der Versuchsergebnisse der 4-Punkt-Biegeprüfungen	89
Tabelle 7-1 Optimierung des Hakenblattes	91

Abkürzungsverzeichnis

Allgemeine Abkürzungen

FEM	Finite Element Methode
GZG	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
GZT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
HB	Hakenblatt
k	charakteristisch
L	Longitudinal
R	Radial
RB	Randbedingungen
T	Tangential
ZB	Zahnblatt

Große lateinische Buchstaben

A	Querschnittsfläche
D	Druckkraft
E	Elastizitätsmodul
EI	Biegesteifigkeit
(EI) _{ef}	Effektive Biegesteifigkeit
F	Kraft
F _{est}	geschätzte Höchstlast nach DIN EN 26891
G	Schubmodul
I	Flächenträgheitsmoment
K _{u,mean}	Mittlerer Anfangsverschiebungsmodul für GZT
K _{ser}	Verschiebungsmodul für GZG
W	Widerstandsmoment
Z	Zugkraft

Kleine lateinische Buchstaben

b	Breite
d _c	Durchmesser eines Bolzens bei Dübeln besonderer Bauart
f _d	Druckfestigkeit
f _t	Zugfestigkeit
f _v	Schubfestigkeit
h	Gesamthöhe
l	Länge (z.B. Balkenlänge)
l _H	Hakenlänge von Hakenblattverbindungen
l _v	Länge der Scherfläche
t _v	Einschnitttiefe (beim Zahn balken: Zahntiefe)
u, v	Verschiebung
w _{inst}	Anfangsdurchbiegung

Griechische Buchstaben

α	Lasteinleitungswinkel (auch: Faserlastwinkel)
γ	Abminderungsbeiwert
η	Lastausnutzungsfaktor
ε	Dehnung
μ	Reibungsbeiwert
ν	Poissonzahl (auch: Querkontraktionszahl, Querdehnungszahl oder Querdehnzahl)
ρ	Rohdichte
$\sigma_{c, }$	Druckspannung parallel zur Faser
$\sigma_{t, }$	Zugspannung parallel zur Faser
ω	Holzfeuchte

1. Zusammenfassung

Dieses Arbeitspaket des Forschungsprojekts beschäftigt sich mit der Erarbeitung von Handlungsempfehlungen für die Umsetzbarkeit ökologischer Konstruktionen bei Großprojekten für das Material Holz. Im Detail mit stahl- und leimfreien Füge-techniken für Holz-Holz-Verbindungen für die tragende Anwendung für das Dachtragwerk des Museums in Detmold.

Der Werkstoff Holz ist auf seine verfügbaren Längen und Querschnitte begrenzt von natürlichen Wachstumsgrenzen. Bei großen Spannweiten werden Verlängerungen und Querschnittserweiterungen unumgänglich. Zunächst wurde in Form einer eingehender Literaturrecherche sowohl der historische Kenntnisstand als auch der aktuelle Stand der Forschung zu klebstoff- und metallfreien nachgiebig zusammengesetzten Holzkonstruktionen ermittelt. Hierbei standen insbesondere klebstofffreie, nachgiebig zusammengesetzte Balkenquerschnitte im Fokus. Nach ausgiebiger Recherche und theoretischen Betrachtungen wurden geeignete Lösungsansätze für die gestellten Aufgaben ermittelt und in weiteren Schritten Anwendungsbezogen vertieft.

Basierend auf den Voruntersuchungen wurde der verzahnt nachgiebig zusammengesetzte, auch als „Zahnbalken“ bezeichnete Träger als für diese Aufgabe geeignet ausgewählt. Für diese zusammengesetzten historischen Bauteile sind jedoch nur wenige Untersuchungen zur Tragfähigkeit bekannt und auch keine vollständigen Bemessungsansätze vorhanden. Für die Beurteilung ob diese Holzverbindungen ausreichende Tragfähigkeiten aufweisen, um im Bauwesen als nachhaltige Lösung eingesetzt werden zu können wurden analytische, numerische und experimentelle Untersuchungen angestellt. Dabei wurden Zug- und Schubverbindungen aus historischen Holz-Holzverbindungen abgeleitet und optimiert sodass sie zur Balkenverlängerung und zur Querschnittsvergrößerung eingesetzt werden können. Der erste Teil der Hauptuntersuchungen befasst sich mit der Ausbildung und Bemessung von Längsstößen. Der zweite Teil mit Schubverbindungen zur Querschnittsvergrößerung. Die Prüfkörper der Längsstöße für die experimentellen Untersuchungen wurden in Eigenleistung, die Prüfkörper für die Schubverbindungen wurden vom Kooperationspartner holzius GmbH hergestellt.

Von den historischen Längsstoßverbindungen weist das gerade Hakenblatt die höchste Zugtragfähigkeit auf. Jedoch weist dieser Längsstoß auch nach einer Optimierung der Geometrie nur eine rechnerische Resttragfähigkeit von 14 % im Vergleich zur charakteristischen Tragfähigkeit des Bruttoquerschnitts auf. Diese Tragfähigkeit ist zu niedrig, um einen Einsatz vom geraden Hakenblatt als Zugstoß zu rechtfertigen.

Als effektivste Schubverbindung zur Querschnittsvergrößerung hat sich der historische Zahnbalken herausgestellt. Die Abmessungen der Verzahnung wurden in Bezug auf die Schubtragfähigkeit hin optimiert. Um die Schubtragfähigkeit bewerten zu können wird der Verschiebungsmodul benötigt, welcher analytisch mit Hilfe von Rechenmodellen und numerischen Simulationen bestimmt und in einem weiteren Schritt experimentell nachgewiesen wurde. Mit dieser Biegesteifigkeit kann die Biegetragfähigkeit eines Balkens quantifiziert werden. Im Vergleich zu einem Vollholzquerschnitt mit den gleichen Abmessungen beträgt diese beim untersuchten Zahnbalken rechnerisch rund 81%. Alle Prüfkörper der 4-Punkt-Biegeversuche die haben die rechnerisch ermittelte Maximallast überschritten. Somit ist die Schubtragfähigkeit der Verzahnung in der Verbundfuge eines nachgiebig zusammengesetzten Biegeträgers ausreichend, um für tragende Zwecke in stahl- und leimfreien Konstruktionen eingesetzt werden zu können.

2. Einleitung und Ziel der Untersuchungen

Der Trend in der Architektur, mit großen Spannweiten große und helle Räume zu erhalten, ist im modernen Bauwesen allgegenwärtig. Gleichzeitig rücken nachhaltige Bauweisen in Hinsicht auf Ressourcenknappheit und Schadstoffbelastungen immer mehr in den Fokus. Das Thema des nachhaltigen Bauens umfasst den gesamten Lebenszyklus eines Bauwerks. Dazu gehört die Materialwahl, die Herstellung der Bauteile, die Nutzungsdauer des Bauwerks und die Frage, der Rückbaubarkeit.

Hinsichtlich Instandhaltungsmaßnahmen sowie den Rückbau eines Gebäudes wäre es vorteilhaft zerstörungsfrei lösbare Aufbauten vorzufinden, die es ermöglichen, im Schadensfall einzelne Elemente auszutauschen oder die Konstruktion sortenrein rückbaubar zu machen. Durch ein sortenreines Trennen können wiedergewonnene Bauteile oder Materialien in den Stoffkreislauf zurückgeführt werden. Vor diesem Hintergrund bieten reine Holzkonstruktionen, die auf metallische Verbindungsmittel und Klebstoffe verzichten, eine nachhaltige Lösung.

Historisch bewährte Holz-Holzverbindungen erfüllten diesen nachhaltigen Ansatz. Im Zuge der Industrialisierung wurden diese in der Herstellung aufwendigen, traditionellen Holz-Holzverbindungen jedoch durch modernere Techniken ersetzt. Diese modernen Bauweisen zeichnen sich jedoch durch die Verwendung ressourcenintensiver Bestandteile aus, welche im Rückbau nicht mehr sortenrein trennbar sind.

Erlebte der Holzbau im Zuge der Energiekrise, zum Ende des 20. Jh. seine Renaissance, so liegt es auch begründet in der fortgeschrittenen Berechenbarkeit der Statik der Holzbauten. So sind heute für die gängigsten Bauhölzer ausführliche Tabellen der Festigkeiten unter Berücksichtigung der natürlichen Streuungen vorhanden. Die statischen Berechnungsmöglichkeiten die sich im modernen Holzbau entwickelt haben, liefern zusammen mit den experimentell ermittelten Festigkeiten, verlässliche Prognosen zur Standsicherheit. Parallel dazu sind auch mit der inzwischen im Holzbau weit verbreiteten Einführung CNC-gestützter Abbundanlagen handwerklich zeitaufwändige Konstruktionen ökonomisch realisierbar.

Die vorliegende Arbeit verfolgt das Ziel, anhand von analytischen, numerischen und experimentellen Untersuchungen eine Aussage zu treffen, inwiefern stahl- und leimfreie Holzverbindungen eine ausreichende Tragfähigkeit aufweisen, um im Bauwesen als nachhaltige Lösung eingesetzt werden zu können.

4. Voruntersuchungen

4.1. Recherche zu klebstoff- und metallfreien nachgiebig zusammengesetzten Trägern aus Bauholz für tragende Zwecke

In Form von eingehender Literaturrecherche wurde sowohl der historische Kenntnisstand als auch der aktuelle Stand der Forschung zu klebstoff- und metallfreien nachgiebig zusammengesetzten Holzkonstruktionen ermittelt. Hierbei standen insbesondere klebstofffreie, nachgiebig zusammengesetzte Balkenquerschnitte im Fokus.

Miteinander verzahnte Balken sind seit jeher fester Bestandteil der historischen Zimmermannskunst. Diese Konstruktionen haben ihre Eignung und Dauerhaftigkeit zum Beispiel bei historischen Brückenbauwerken bis in die Gegenwart unter Beweis gestellt. Bis zur Erfindung des Leimholzbaus (ca. 1900, Hetzer) und bis in die Nachkriegszeit wurden klebstofffreie zusammengesetzte Holzquerschnitte in Ausführung und Berechnungsmethoden weiterentwickelt. Die Lagesicherung der einzelnen Verbundquerschnitte wurde jedoch mittels metallischer Nägel und/oder Bolzen ausgeführt.

Fortschritte in der Leim-Chemie (PU-Leime) und Verleimungstechnik (Keilzinkung) haben die Herstellung sehr leistungsfähiger und großformatiger Brett-schichtholzquerschnitte ermöglicht. Die Herstellung klebstofffreier zusammengesetzter balkenförmiger Querschnitte spielt bis auf den Denkmalschutz-Bereich kaum noch eine Rolle.

Im Holzhausbau wurden in jüngerer Vergangenheit jedoch zunehmend Platten- und wandförmige Holzquerschnitte mit Ansätzen klebstofffreier Füge-technik entwickelt. Hierbei werden i.d.R. brettförmige Querschnitte mittels hölzerner Dübel, Schrauben oder schwalbenschwanzförmiger Gratleisten zu flächigen Holzbauteilen zusammengefügt.

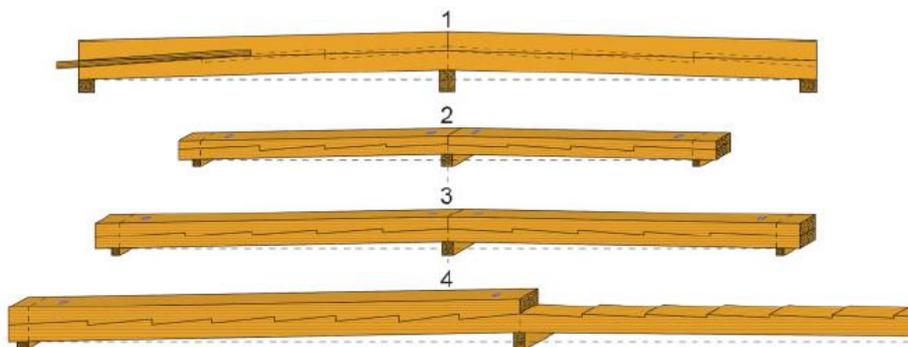


Abb.- 4-1 Verzahnte nachgiebig zusammengesetzter Träger für Spannweiten von 8,5 m bis 22 m nach Angaben aus dem Jahre 1764^{1,2}

¹ (Rug W. u., 2012)

² (Reuß, 1764)

4.2. Holzschrauben

Mit der sogenannten „Nur-Holz“ Schraube (Fa. Rombach) wurde ein stiftförmiges Verbindungsmittel zur Herstellung lagenweise verbundener, plattenförmiger Querschnitte geschaffen. Die Schrauben dienen dazu, die Schubkräfte innerhalb des Plattenquerschnitts zu übertragen. Für „NUR-HOLZ Vollholzelemente“ wurde die Europäische Technische Bewertung ETA-11/0338 erteilt.



Abb.- 4-2 „Nur-Holz“ Schraube, Fa. Rombach (Bilder: Fa. Rombach³)

4.3. Gratleisten

Die Fa. Holzius hat mit einer schwalbenschwanzförmigen Gratleiste eine weitere auf Formschlüssigkeit beruhende Holzverbindung geschaffen. Auch die „Holzius“ Gratleiste dient zur Herstellung plattenförmiger Holzbauelemente. Für „Holzius Vollholzelemente“ wurde die Europäische Technische Bewertung ETA-17/0745 erteilt.



Abb.- 4-3 Holzius“ Gratleiste (Bild: Fa. Holzius⁴)

4.4. Neuzeitliche Schwalbenschwanzverbindungen

Mit dem aus dem vollen Holz gefrästen Schwalbenschwanz liegt eine weitere leimfreie Verbindungstechnik für Vollhölzer vor. Die Verbindung wird mit hoher Passgenauigkeit mit CNC-gesteuerten Abbundmaschinen hergestellt. Diese Schwalbenschwanzverbindung wird für Konstruktionen nach Art von Haupt- und Nebenträger verwendet. Für die Verbindung wurde vom DIBt die Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung/ Allgemeine Bauartgenehmigung Z-9.1-649 erteilt. Nach Zulassung können die Verbindungen sowohl parallel als auch seitlich belastet und bemessen werden.

³ (GmbH, Rombach, 2023)

⁴ (holzius GmbH, 2023)



Abb.- 4-4 Schwalbenschwanzverbindung nach ABZ Z-9.1-649 (Eigene Darstellung)

4.5. Entwurf verdübelter nachgiebig zusammengesetzter Träger

Im Zuge der Voruntersuchungen wurde ein durch Dübel nachgiebig zusammengesetzter Träger favorisiert. Bei diesen verdübelten Trägern wird die Verschiebung der Balken untereinander bei Lasteinwirkung von Dübeln aus Harthölzern verhindert. Eine Verbindung der beiden einzelnen Balken muss dabei in jedem Falle erfolgen. Dies könnte unter der Verwendung der bereits erwähnten „Nur-Holz“ Schraube umgesetzt werden.

Berühren sich die Balkenflächen, werden die Dübel durch die Reibung von Balken auf Balken entlastet. Allerdings kann durch das Schwinden des Holzes ein lockern der Schrauben auftreten, wodurch die Reibung nachlässt. Die etwaige Entlastung durch Reibung wird bei der statischen Berechnung der Dübel aus Gründen der Sicherheit nicht berücksichtigt⁵. Die schräge Anordnung an den Rändern ist den höheren Schubkräften an diesen Stellen geschuldet. Zur Mitte hin können sie dann gerade angeordnet werden.

Laut Wochenschriften des österreichischen Technik- und Ingenieur- Vereins aus dem Jahre 1891 ergaben Versuche, dass die Tragfähigkeit solcher Träger in einzelnen Fällen auffallend viel geringer war, als theoretische Berechnungen erwarten ließen⁶.

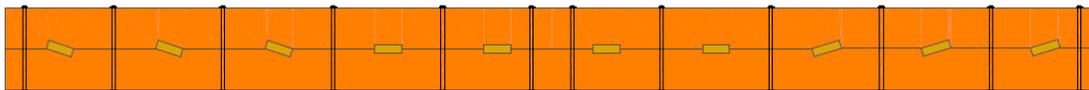


Abb.- 4-5 Verdübelter Träger (eigene Darstellung nach⁶)

Noch zu Beginn des 20. Jahrhunderts wurden Dübel, welche gerade oder zum Nachtreiben einer Schwindung, eine keilförmige Form mit Überstand hatten, verwendet. Diese konnten mit der Faserrichtung quer zur Faser der Balken (Abb.- 4-6 (a)) ausgerichtet sein und werden als Querdübel bezeichnet⁵. Im modernen Holzbau wird aber eine gleichgerichtete Faserrichtung gefordert, da Hirnholz auf Hirnholz die höchste Druckfestigkeit gewährleistet⁷.

⁵ (Schau, 1914)

⁶ (Böhm T. , 1911)

⁷ (Rug W. M., 2008)

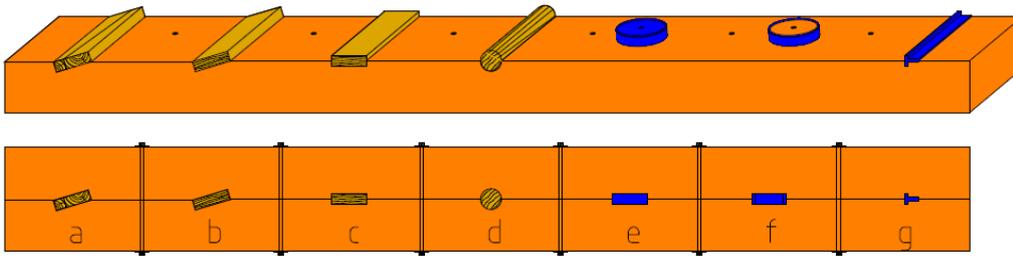


Abb.- 4-6 Verschiedene Formen der Verdübelung (Eigene Darstellung nach⁸)

Die schräg eingelegten Dübel (Abb.- 4-6 (b, c)) werden als Zahndübel bezeichnet. Diese können auch mit durchgehenden Bolzen gefertigt werden. Bei geringen Belastungen ist auch ein rundes Holz oder Stahldübel (Abb.- 4-6(d)) verwendbar. Hier wird das Bohrloch nach dem zusammenbolzen der Balken gefertigt. Weitere Möglichkeiten zur Übertragung der waagerechten Schubspannungen sind durch Einpress- und Einfräsdübel (Abb.- 4-6(e, f)) gegeben. Auch T-förmige Stahlteile (Abb.- 4-6(g)) sind anwendbar⁸.

4.6. Vorüberlegungen Spannungsverläufe nachgiebig zusammengesetzter Träger

Um die Anforderungen an die Geometrie einer in Holz ausgeführten leimfreien Verbindungstechnik zu definieren, wurden die Festigkeitskennwerte von Holz einer auf Schub belasteten Verbindung gemäß der zu erwartenden Spannungen verglichen. Abb.- 4-7 zeigt wie sich eine seitliche Schubbelastung einer formschlüssigen Holzverbindung in Teilkräfte zerlegt. Diese Teilkräfte müssen vom Holz in Abhängigkeit von Faserverlauf und Spannungsrichtung aufgenommen und weitergeleitet werden. Der aufgrund des faserförmigen Aufbaus ausgeprägten anisotropischen Eigenschaften des Holzes muss hierbei besondere Beachtung geschenkt werden.

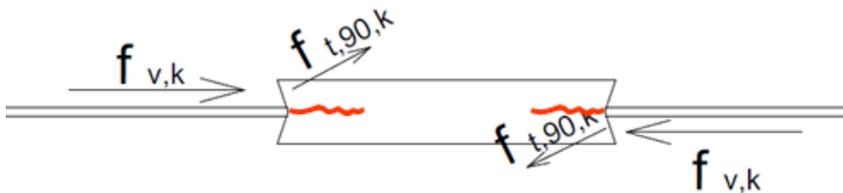


Abb.- 4-7 Spannungen in formschlüssiger Verbindung unter Schubbelastung (Eigene Darstellung)

Die Schubkraft f_v trifft auf die unter einem Winkel (Schwalbenschwanz) ausgeführte Flanke des Schwalbenschwanzes und wirkt dort als Druckkraft auf das Hirnholz (f_c im Bild nicht dargestellt). Aufgrund der Flankenneigung des Schwalbenschwanzes wird die Kraft in einer senkrecht zur Flanke stehende Abtriebskraft f_t und eine durch die schwalbenschwanzförmige Verbindung hindurchgehende Schubkraft aufgeteilt. Die Schubfuge in der Verbindung befindet sich in einem zweiachsigen Spannungszustand der sowohl aus Schubbelastung als auch Zugbelastung resultiert. Die Höhe der Abtriebskraft f_t ist abhängig nicht nur von der Höhe der Schubkraft, sondern auch von der Neigung der Flanke: Mit zunehmend spitzeren Flankenwinkel steigen die Abtriebskräfte und damit die Spaltwirkung in der Verbindung an (Keilwirkung): Es besteht die Gefahr des Aufspaltens des Schubverbinders (rote Linie).

⁸ (Kress, 1959)

4.7. Druckfestigkeit von Holz

Die charakteristischen Werte (5 % Quantil) der Druckfestigkeit von Holz sind abhängig von der Art des Holzes und der einwirkenden Richtung der Schubkraft.

Tabelle 4-1 Druckfestigkeit von Holz, charakteristische Werte nach EN 338

Festigkeits-Eigenschaft	Formelzeichen	Laubholz D30 Eiche	Nadelholz C24 Fichte, Tanne
Druck parallel zur Faser	$f_{c,0,k}$	23 N/mm ²	21 N/mm ²
Druck senkrecht zur Faser	$f_{c,90,k}$	8,0 N/mm ²	2,5 N/mm ²

Es zeigt sich, dass die Druckfestigkeit von Holz parallel zur Faser (Fachbegriff: Druck auf das sog. „Hirnholz“) ein Vielfaches der Druckfestigkeit senkrecht zur Faser beträgt; der Unterschied zwischen Laub- und Nadelholz ist bei dieser Belastungsrichtung gering. Beim Druck senkrecht zur Faser ist der Unterschied größer ausgeprägt; Laubholz hat hier die ca. 3,2-fache Festigkeit von Nadelholz. Daraus ergibt sich, dass die Flanken einer die Schubkraft übertragenden Verbindung so auszurichten sind, dass die aus Schub resultierenden Druckkräfte nach Möglichkeit faserparallel wirken. Die Art des Holzes spielt dabei eine eher untergeordnete Rolle.

4.8. Schubfestigkeit von Holz

Auch die charakteristischen Werte (5 % Quantil) der Schubfestigkeit von Holz sind abhängig von der Art des Holzes und der einwirkenden Richtung der Schubkraft.

Tabelle 4-2 Schubfestigkeit von Holz, charakteristische Werte nach EN 338

Festigkeits-Eigenschaft	Formelzeichen	Laubholz D30 Eiche	Nadelholz C24 Fichte, Tanne
Schub parallel zur Faser	$f_{v,k}$	4,0 N/mm ²	4,0 N/mm ²
Schub senkrecht zur Faser (Rollschub)	$f_{R,k}$	1,2 N/mm ²	0,8 N/mm ²

Die Rollschubfestigkeit beträgt nur 20 % - 30 % der Schubfestigkeit parallel zur Faser. Daraus folgt, dass eine Verbindung aus Holz zur Übertragung von Schubkräften, faserparallel zur Richtung des Kraftvektors der Schubkraft ausgerichtet sein sollte. Weiterhin zeigt sich, dass in der nominellen Schubfestigkeit von Laub- oder Nadelholz keine, oder nur geringe Unterschiede bestehen.

4.9. Zugfestigkeit von Holz

Der charakteristische Wert (5 % Quantil) der Zugfestigkeit von Holz ist in erheblichem Maße abhängig von der einwirkenden Richtung der Zugkraft; die Art des Holzes spielt hierbei wieder eine geringere Rolle.

Tabelle 4-3 Schubfestigkeit von Holz, charakteristische Werte nach EN 338

Festigkeits-Eigenschaft	Formelzeichen	Laubholz D30 Eiche	Nadelholz C24 Fichte, Tanne
Zug parallel zur Faser	$f_{t,0,k}$	18 N/mm ²	14 N/mm ²
Zug senkrecht zur Faser (Querzug)	$f_{t,90,k}$	0,6 N/mm ²	0,4 N/mm ²

Die Querzugfestigkeit von Holz ist mit 0,4 bis 0,6 N/mm² eine eindeutig begrenzende Größe im Vergleich zur Zugfestigkeit parallel zur Faser. Die Einwirkungen von Zug senkrecht zur Faser sollten nach Möglichkeit minimiert werden.

4.10. Schlussfolgerung

Aus der Betrachtung der Richtungs- und Holzarten-abhängigen Festigkeitseigenschaften ergibt sich folgende Schlussfolgerungen an eine Schubkraft-übertragende Holzverbindung:

- Die Festigkeiten von Laubholz liegen i.d.R. etwas höher als die Festigkeiten von Nadelholz. Im Vergleich zu den richtungsabhängigen Unterschieden in der Festigkeit spielt die Holzart jedoch eher eine untergeordnete Rolle.
- Die geometrische Ausbildung einer schubübertragenden Holzverbindung muss die stark richtungsabhängigen Festigkeitskennwerte von Holz berücksichtigen: Während die Fläche zur Übertragung von Druckkräften auf Hirnholz vergleichsweise klein ausgebildet sein kann, muss die Fläche zur Übertragung von Schubkräften vergleichsweise groß ausgebildet werden. Die Übertragung der Schubkräfte sollte faserparallel erfolgen. Der Einfluss von Querzug-Kräften muss möglichst minimiert werden.

4.11. Holzlamellen-Längsstöße

Der Werkstoff Holz ist durch sein natürliches Vorkommen in seinen Dimensionen, besonders der Länge, limitiert. Daher kann es für die Realisierung großer Spannweiten bei nachgiebig zusammengesetzten Trägern nötig sein, einzelne Lamellen der nachgiebig zusammengesetzten Träger durch Längsstöße zu verlängern.

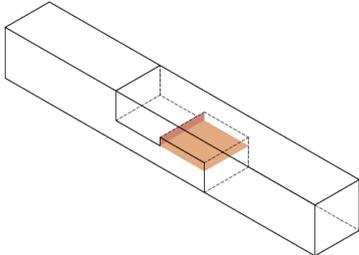
Daher wurden umfangreich historisch tradierte Zimmermannsverbindungen auf zeitgemäße Anforderungen untersucht. Der Fokus lag hierbei auf historisch tradierten Zimmermannsverbindungen, welche in der Lage sind Zugbelastungen zu übertragen^{9,10}.

⁹ (Schneider, 2022)

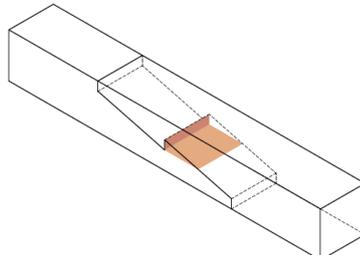
¹⁰ (Stemmler, 2022)

Aus den gesammelten Längsstößen wurden sechs Stöße (Abb.- 4-8)zur weiteren Betrachtung ausgewählt, welche durch ihren geringen Herstellungsaufwand charakterisiert sind. Komplexere und damit aufwendig herzustellende Variationen weisen keine besseren Zugfestigkeiten auf.

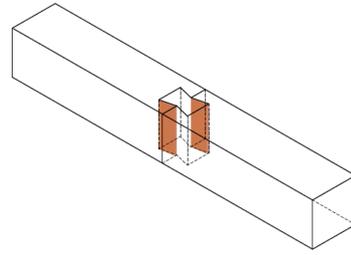
Gerades Hakenblatt



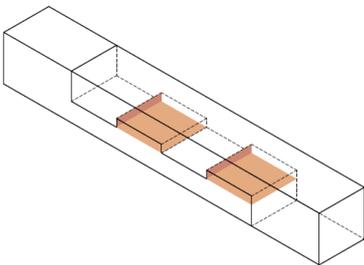
Schräges Hakenblatt



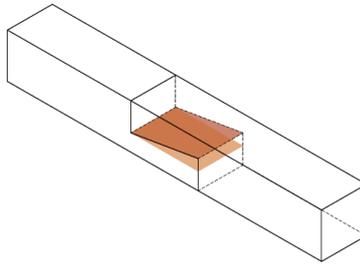
Schwalbenschwanzstoß



Zahnblatt



Zugblatt



Schwalbenschwanzzapfen

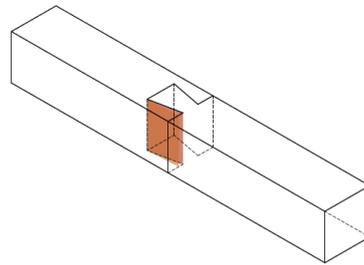


Abb.- 4-8 Ausgewählte Längsstöße für die Übertragung von Zugkräften¹⁰

Unter Verwendung der historisch tradierten Verhältnisse wurden die Ausbildungen der Längsstöße auf Kanthölzer mit dem Querschnitt 120 mm x 120 mm übertragen. Beim Zahnblatt wurden nur zwei anstelle der üblichen drei Haken angeordnet.

5. Hauptuntersuchungen Teil 1: Längsstöße

5.1. Variationen und Untersuchungsmethoden

Der erste Teil der Hauptuntersuchungen beschäftigte sich mit der Analyse auf Zug belastbarer Längsstöße. Unter Anwendung historisch tradierter Verhältnisse wurde die Ausbildung der Längsstöße auf Kanthölzer mit dem Querschnitt 120 mm x 120 mm auf die in den Voruntersuchten ausgewählten Variationen übertragen.

In einem ersten Schritt erfolgten analytische Tragfähigkeitsberechnungen bei welchen mittels einfacher Ingenieurmodelle die in den Voruntersuchungen ausgewählten Variationen betrachtet wurden.

Hierbei wurden für alle Variationen die Zugspannungen im Bruttoquerschnitt, die maximalen Zugspannungen, die Druckspannungen und die Schubspannungen bei einer Zugbelastung von 10 kN berechnet. Die Auslastung der Stöße wurde mit den Widerstandswerten für Bauholz mit der Festigkeitsklasse C24 unter den Umgebungsbedingungen der Nutzungsklasse 1 KLED mittel ($k_{mod}=0,8$) und dem Materialteilsicherheitsbeiwert $\gamma_M=1,3$.

5.2. Analytische Tragfähigkeitsberechnungen ausgewählter Längsstöße

5.2.1. Gerades Hakenblatt

Bezugnehmend auf den Forschungsbericht von Müller u.a.¹¹ wurden bisherige analytische Untersuchungen zum Hakenblatt zusammengefasst und ausgewertet. Es konnte die Schlussfolgerung gezogen werden, dass die Bemessung des geraden Hakenblattes und anderer historischer Längsstöße nach den gängigen Normen erfolgen kann, indem die wirksamen Schnittgrößen bestimmt und mit den Bemessungswiderständen nachgewiesen werden. Die Tragfähigkeit ist dabei abhängig von der Verbindungsgeometrie und den Verbindungsmitteln sofern letztere mit betrachtet werden.

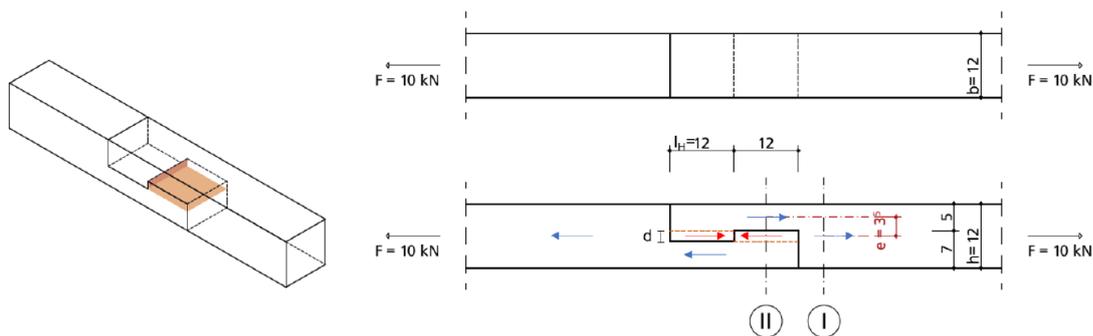


Abb.- 5-1 Skizze des Hakenblattes mit Wirkungslinien der resultierenden Zugkräfte (blaue Pfeile) und Druckkräfte (rote Pfeile) und dadurch entstehenden Exzentrizität, Abmessungen in cm^9

¹¹ (Müller, 2016)

Das Hakenblatt hat vier mögliche Versagensarten¹¹:

- Abscheren des Blattes in der Scherfuge
- Biegezugversagen im Hakenhals
- Querzugversagen in den inneren Ecken des Blattes
- Druckversagen der Stirnfläche des Hakens

Abb.- 5-1 zeigt in der Isometrie (braune Einfärbung) die Druck- und Scherfläche. In der Seitenansicht sind die Schnitte I und II eingezeichnet. Schnitt I stellt den Schnitt durch den Bruttoquerschnitt dar. Schnitt II markiert die Stelle der maximalen Biegespannungen. In Blau und in Rot sind die Wirkungslinien der Kraft F dargestellt.

Zusätzlich ist die Exzentrizität e markiert, die durch den Versatz der Wirkungslinien resultiert.

Die mittlere Zugspannung parallel zur Faser im Hakenhals in Schnitt II berechnet sich nach:

$$\sigma_{t,\parallel,m} = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{1}{2}(h-d) \cdot b} \quad (5.1)$$

Nach Formel 5.1 ergibt $\sigma_{t,\parallel,m} = 1,67 \text{ N/mm}^2$ und somit eine Auslastung $\eta = 0,19$.

Die Randspannungen im Hakenhals in Schnitt II berechnen sich wie folgt:

$$\sigma = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{W} = \frac{F}{\frac{1}{2}(h-d) \cdot b} \pm \frac{F \cdot e}{\frac{b \cdot (\frac{1}{2}(h-d))^2}{6}} \quad (5.2)$$

Mit den Abmessungen $h = 12 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$, $d = 2 \text{ cm}$ und $e = 3,5 \text{ cm}$ ergibt sich nach Gleichung 5.2 eine Randspannung auf der Innenseite des Hakenhalses

$\sigma_{t,\parallel,\max} = 8,67 \text{ N/mm}^2$ mit einer Auslastung $\eta = 0,67$.

Die Druckspannungen $\sigma_{c,\parallel}$ an der Druckkontaktfläche berechnen sich wie folgt:

$$\sigma_{c,\parallel} = \frac{-F}{A} = \frac{-F}{d \cdot b} \quad (5.3)$$

Nach Formel 5.3 ergibt sich $\sigma_{c,\parallel} = -4,17 \text{ N/mm}^2$ und somit eine Auslastung $\eta = 0,32$.

Die Scherspannungen (Schubspannungen längs der Scherfläche) werden vereinfacht als konstant über die Scherfläche angenommen, obwohl sie bei der Lasteinleitung am höchsten sind und über die Länge quadratisch abnehmen.

Die mittleren Scherspannungen berechnen sich wie folgt:

$$\tau_{\parallel} = \frac{F}{A} = \frac{F}{b \cdot l_H} \quad (5.4)$$

Mit Gleichung 5.4 betragen die Scherspannungen in dem Haken $\tau_{\parallel} = 0,69 \text{ N/mm}^2$ mit einer Auslastung von $\eta = 0,56$.

Die Zugkraft verursacht in der Scherfläche ein Moment, welches in ein Kräftepaar aus Zug- und Druckkraft zerlegt werden kann. Durch die Zugkraft entstehen in den inneren Ecken des Blattes Querzugspannungen $\sigma_{t,\perp}$ die sich wie folgt berechnen:

$$\sigma_{t,\perp} = \frac{M_2}{W_2} = \frac{F \cdot \frac{d}{2}}{\frac{b \cdot l_H^2}{6}} \quad (5.5)$$

Mit Gleichung 5.4 ergibt sich eine Querkzugspannung in dem Haken $\sigma_{t,\perp} = 0,35 \text{ N/mm}^2$ mit einer Auslastung von $\eta = 1,41$.

Die Berechnungen der Schnittgrößen des schrägen Hakenblattes (Abb.- 5-2) und des Zahnblattes (Abb.- 5-3) erfolgten analog zu den Berechnungen des geraden Hakenblattes. Die Ergebnisse werden in Tabelle 5-1 am Ende des Kapitels gelistet.

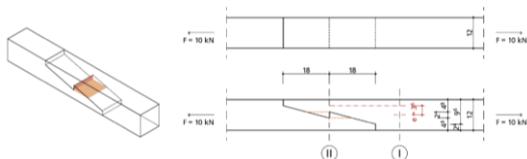


Abb.- 5-2 Skizze schräges Hakenblatt⁹

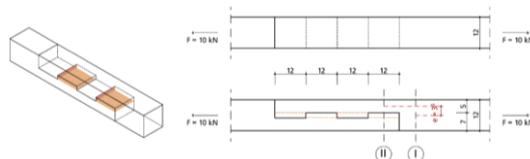


Abb.- 5-3 Skizze Zahnblatt⁹

5.2.2. Schwalbenschwanzzapfen

Einen Ansatz zur Bemessung von Schwalbenschwanzverbindungen beschreibt Manfred Gerner in dem Buch „Handwerkliche Holzverbindungen der Zimmerer“ aus dem Jahr 1992. Gerner¹² berechnet die im Schwalbenschwanz wirkenden Spannungen unter Annahme eines Reibungsbeiwerts von $\mu = 0,62$ (Eiche auf Eiche in Faserrichtung). Aus den Berechnungen geht hervor, dass bereits geringe Zugkräfte zu einer Verformung und einem Aufreißen des Gegenstückes des Zapfens führen und dass bei einer Schwalbenschwanzverbindung sehr passgenaues Arbeiten erforderlich ist, da sich die Tragfähigkeit durch den Schlupf der Verbindung verringert¹².

Bei den Berechnungen im nachfolgendem Abschnitt wurde die Reibungskraft auf der sicheren Seite liegend nicht angesetzt, da, wie Gerner¹² beschreibt, schon geringe Zuglasten zu einer Verformung der Verbindungselemente führen und dadurch die Kraftübertragung durch Reibung nicht sichergestellt ist. Dies hatte zur Folge, dass der nachfolgende Ansatz zu einer höheren Biegebeanspruchung in Schnitt II führt.

Abb.- 5-4 stellt den Schwalbenschwanzzapfen mit den für die Berechnungen verwendeten Abmessungen dar. Zudem sind die Schnitte an denen die Spannungen berechnet wurden, gekennzeichnet. In der Isometrie ist die Druckkontaktfläche der Schwalbenschwanzzapfenverbindung dargestellt. In dem Schnitt durch die Verbindung sind die resultierenden Druck- und Zugkräfte als Pfeile dargestellt und in braun ist die Schubfläche gekennzeichnet.

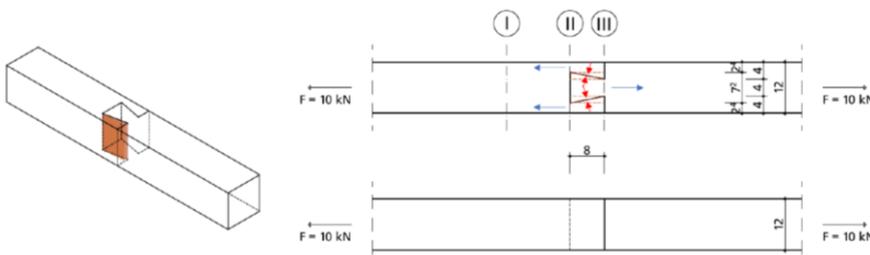


Abb.- 5-4 Skizze des Schwalbenschwanzzapfens in cm mit Wirkungslinien der Kräfte⁹
(Blau = Zug; Rot = Druck)

¹² (Gerner, Handwerkliche Holzverbindungen der Zimmerer, 1992)

In Abb.- 5-5 ist der allgemeine Berechnungsansatz zur Ermittlung der resultierenden Kräfte dargestellt. Anhand von diesem wurden nachfolgend die Spannungen ermittelt.

Die mittleren Zugspannungen $\sigma_{t,II,m}$ in Schnitt II berechnen sich wie folgt:

$$\sigma_{t,II,m} = \frac{\frac{1}{2}F}{A} = \frac{\frac{1}{2}F}{a_2 \cdot b} \quad (5.6)$$

Nach Formel 5.6 ergibt $\sigma_{t,II,m} = 1,74 \text{ N/mm}^2$ und somit eine Auslastung $\eta = 0,20$.

Durch die Exzentrizität der Zuglasten entstehen in Schnitt II auch bei den Schwalbenschwanzverbindungen Biegespannungen. Zur Berechnung des Moments wird die Zuglast zunächst in die Druckkraft ($D = \sin(\alpha) \cdot \frac{F}{2}$) und eine Last, die senkrecht zur Druckkraft ($D_{\perp} = \cos(\alpha) \cdot \frac{F}{2}$) wirkt, aufgeteilt. Der Winkel α kann über den Freischnitt der Druckfläche berechnet werden ($\alpha = \arctan(\frac{a_1 - a_2}{l_v})$). Das Moment in Schnitt II berechnet sich über das Momenten Gleichgewicht um den Punkt i (Abb.- 5-5) zu:

$$M_{II} = D \cdot \frac{l_v}{2 \cos(\alpha)} + D_{\perp} \cdot \cos(\alpha) \cdot \frac{a_2}{2} \quad (5.7)$$

Die Randspannungen in Schnitt II berechnen sich mit den zuvor bestimmten Schnittgrößen wie folgt:

$$\sigma_{t,II,max} = \frac{F}{A} \pm \frac{M}{W} \quad (5.8)$$

mit:

$$W = \frac{b \cdot (a_2)^2}{6} \quad (5.9)$$

Mit den Abmessungen aus Abb.- 5-5 ergibt sich nach Gleichung 5.8 in Schnitt II am inneren Rand eine maximale Biegespannung $\sigma_{t,II,max} = 8,56 \text{ N/mm}^2$ mit einer Auslastung von $\eta = 0,66$.

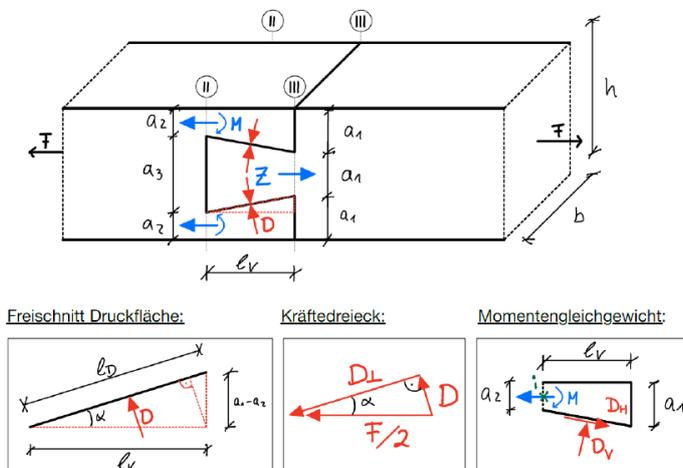


Abb.- 5-5 Allgemeiner Berechnungsansatz von Schwalbenschwanzverbindungen⁹

Das Moment und damit auch die maximalen Biegespannungen in Schnitt II vergrößern sich, wenn die Verbindung nicht fugenfrei hergestellt wird, da sich die Hebelarme von D und D_⊥ zum Momentendrehpunkt i vergrößern. Zusätzlich muss bei den Schwalbenschwanzverbindungen die mittlere Zugspannung in Schnitt III berechnet werden:

$$\sigma_{t,||,m} = \frac{F}{A} \pm \frac{F}{a_1 \cdot b} \quad (5.10)$$

Nach Formel 5.10 ergibt $\sigma_{t,||,m} = 2,08 \text{ N/mm}^2$ und somit eine Auslastung $\eta = 0,24$.

Die Druckspannungen wirken in einem Faserlastwinkel von $(90^\circ - \alpha)$ auf die beiden Verbindungselemente:

$$\sigma_{c,\alpha} = \frac{\sin(\alpha) \cdot \frac{-F}{2}}{A} \quad (5.11)$$

Nach Formel 5.11 ergibt $\sigma_{c,\alpha} = -0,10 \text{ N/mm}^2$ und somit eine Auslastung $\eta = 0,06$.

Die Schubspannungen berechnen sich analog zu den Schubspannungen des geraden Hakenblattes nach Gleichung 5.4 über die Kraft geteilt durch die Anzahl der Schubflächen:

$$\tau_{||} = \frac{F}{2 \cdot A} = \frac{F}{2 \cdot b \cdot l_v} \quad (5.12)$$

Nach Formel 5.12 ergibt $\tau_{||} = 0,52 \text{ N/mm}^2$ und somit eine Auslastung $\eta = 0,42$.

In der inneren Ecke der Schwalbenschwanzzapfenverbindung können analog zum Hakenblatt Querzugspannungen entstehen. Die Berechnung erfolgt an dem Freischnitt, welcher in Abb.- 5-6 dargestellt ist.

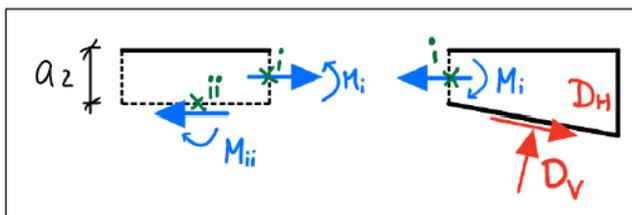


Abb.- 5-6 Freischnitt zur Berechnung der Querzugspannungen in Schwalbenschwanzverbindungen⁹

Das Moment um den Punkt ii berechnet sich wie folgt:

$$M_{ii} = M_i - \frac{F}{2} \cdot \frac{a_2}{2} \quad (5.13)$$

Nach Formel 5.13 ergibt $\tau_{||} = 0,52 \text{ N/mm}^2$ und somit eine Auslastung $\eta = 0,42$.

Mit dem Moment aus Gleichung 5.13 ergibt sich eine Querzugspannung $\sigma_{t,\perp} = 0,06 \text{ N/mm}^2$. Dies entspricht einer Auslastung von $\eta = 0,26$.

5.2.3. Schwalbenschwanzstoß

Die historischen Maße sind für den Schwalbenschwanzstoß (Abb.- 5-7) anders als für den Schwalbenschwanzzapfen, da der Stoß historisch gesehen häufig zu Reparaturzwecken verwendet wurde. Deshalb weichen die Ergebnisse in Tabelle 5-1 der beiden Schwalbenschwanzverbindungen trotz gleicher Berechnung voneinander ab.

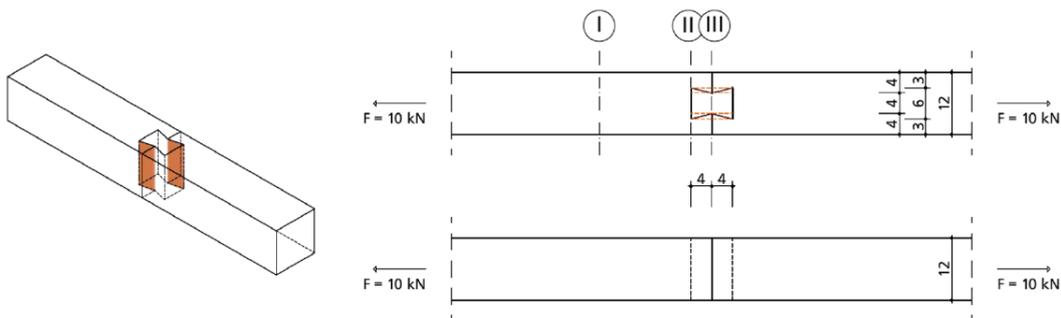


Abb.- 5-7 Skizze des Schwalbenschwanzstoß⁹ in cm

5.2.4. Zugblatt

Die Berechnung des Zugblattes (Abb.- 5-8) erfolgte analog zu der des Schwalbenschwanzzapfens, jedoch wurde die Kraft in Schnitt II nicht halbiert. Das Zugblatt muss im Vergleich zu den anderen Verbindungen vor Abheben mit einer Auflast, Klammern oder Schrauben gesichert werden, um Zugkräfte übertragen zu können. Damit ist das Zugblatt nicht als Zugverbindung zur Balkenverlängerung im Feld geeignet, sondern kommt nur bei einem Mehrfeldträger über einem Auflager mit einer Auflast (z.B. in Form einer Stütze) in Frage.

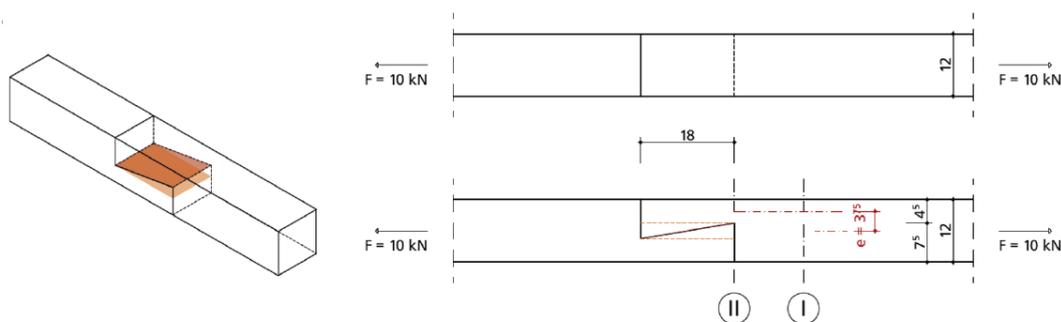


Abb.- 5-8 Skizze des Zugblattes⁹ in cm

5.2.5. Zusammenfassung der Ergebnisse und Wahl geeigneter Verbindungen zur weiteren Betrachtung

Zusammenfassend sind in Tabelle 5-1 die Ergebnisse der Berechnungen mit der zugehörigen Auslastung der Verbindungen zusammengefasst. Hervorgehoben sind jeweils die niedrigsten Spannungen einer Spalte.

Es wird deutlich, dass keine Verbindung, in allen Beanspruchungsarten die niedrigsten Spannungen aufweist. Zudem ist die Größe der Spannungen abhängig von der Geometriewahl.

So weist der Schwalbenschwanzstoß eine niedrigere maximale Zugspannung auf als der Schwalbenschwanzzapfen, da sein Widerstandsmoment größer ist. Zudem ist der Hebelarm der Druckkraft und das daraus resultierende Moment in Schnitt II kleiner. Dies führt dazu, dass sich die Schubspannungen erhöhen.

Werden alle Verbindungen miteinander verglichen, sind die maximalen Zugspannungen im Schwalbenschwanzstoß am geringsten. Jedoch erhöhen sich die Biegespannungen in Schnitt II bei den Schwalbenschwanzverbindungen durch ungenaue Herstellung, da sich durch den Schlupf der Hebelarm der Druckkräfte vergrößert. Eine Fuge, die einen Schlupf von 1 mm erzeugt, verursacht in dem Schwalbenschwanzstoß bereits eine Spannungssteigerung um 12 %. Bei den Hakenblattverbindungen führt eine Fuge von 1 mm nur zu 4 % Spannungssteigerung in Schnitt II und hat somit nicht so große Auswirkungen auf die Querschnittstragfähigkeit.

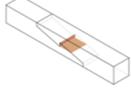
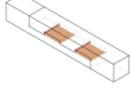
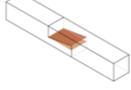
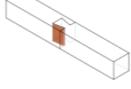
Die Druckspannungen sind bei keiner Verbindung maßgebend. Die niedrigste Auslastung hat das Zugblatt aufgrund seiner langen Blattlänge. Das Zugblatt kann allerdings keine Zugkräfte ohne eine zusätzliche Sicherung vor Abheben aufnehmen, und kommt somit nicht zur weiteren Untersuchung in Frage.

Das Zahnblatt weist auf Grund seiner zwei Scherflächen die geringsten Scherspannungen auf. Im Vergleich zum geraden Hakenblatt hat das Zahnblatt, jedoch eine doppelt so lange Verbindungslänge und somit doppelt so viel Verschnitt.

In der letzten Spalte sind die Querkzugspannungen gegeben. Beim geraden Hakenblatt, dem Zahnblatt und dem Zugblatt überschreiten die berechneten Querkzugspannungen die maximale Auslastung von 1,0. Der hierfür verwendete Rechenansatz wird bisher in keiner der Autor/innen bekannten wissenschaftlichen Untersuchung verwendet, weshalb die Querkzugspannungen nicht in die Wahl der Verbindung mit eingehen.

Zusätzlich ist die maximale Bemessungslast F_{max} für jede Verbindung in der jeweiligen Spalte mit der größten Auslastung gegeben. Das gerade Hakenblatt, das Zahnblatt und der Schwalbenschwanzzapfen weisen alle ein $F_{max} \approx 15$ kN auf. Da sich die maximale Zugspannung in Schnitt II des Schwalbenschwanzzapfens infolge von Herstellungsungenauigkeiten noch vergrößern kann, werden das gerade Hakenblatt und das Zahnblatt zur weiteren Untersuchung ausgewählt.

Tabelle 5-1 Ergebnistabelle der analytischen Berechnungen der Vorauswahl

	Zugspannung (Bruttoquerschnittsfläche)	max. Zugspannung	Druckspannung	Scherspannung	Querzugspannung
 <p>Gerades Hakenblatt</p>	$\sigma_1 = 0,69 \text{ N/mm}^2$ $\eta_1 = 8,1\%$	$\sigma_2 = 8,67 \text{ N/mm}^2$ $\eta_2 = 66,7\%$ $F_{\max} = 15 \text{ kN}$	$\sigma_c = 4,17 \text{ N/mm}^2$ $\eta_c = 32,2\%$	$\tau = 0,69 \text{ N/mm}^2$ $\eta_\tau = 56,4\%$	$\sigma_\perp = 0,35 \text{ N/mm}^2$ $\eta_{\sigma_\perp} = 1,41$
 <p>Schräges Hakenblatt</p>	$\sigma_1 = 0,69 \text{ N/mm}^2$ $\eta_1 = 8,1\%$	$\sigma_2 = 9,55 \text{ N/mm}^2$ $\eta_2 = 73,0\%$	$\sigma_c = 3,47 \text{ N/mm}^2$ $\eta_c = 26,9\%$	$\tau = 0,93 \text{ N/mm}^2$ $\eta_\tau = 75,2\%$ $F_{\max} = 13,3 \text{ kN}$	$\sigma_\perp = 0,19 \text{ N/mm}^2$ $\eta_{\sigma_\perp} = 0,75$
 <p>Schwalbenschwanzstoß</p>	$\sigma_1 = 0,69 \text{ N/mm}^2$ $\eta_1 = 8,1\%$	$\sigma_2 = 8,01 \text{ N/mm}^2$ $\eta_2 = 52,1\%$ $\sigma_3 = 2,08 \text{ N/mm}^2$ $\eta_3 = 24,2\%$	$\sigma_c = 0,25 \text{ N/mm}^2$ $\eta_c = 15,5\%$	$\tau = 1,04 \text{ N/mm}^2$ $\eta_\tau = 84,6\%$ $F_{\max} = 11,8 \text{ kN}$	$\sigma_\perp = 0,15 \text{ N/mm}^2$ $\eta_{\sigma_\perp} = 0,62$
 <p>Zahnblatt</p>	$\sigma_1 = 0,69 \text{ N/mm}^2$ $\eta_1 = 8,1\%$	$\sigma_2 = 8,67 \text{ N/mm}^2$ $\eta_2 = 66,7\%$ $F_{\max} = 15 \text{ kN}$	$\sigma_c = 2,08 \text{ N/mm}^2$ $\eta_c = 16,1\%$	$\tau = 0,35 \text{ N/mm}^2$ $\eta_\tau = 28,2\%$	$\sigma_\perp = 0,35 \text{ N/mm}^2$ $\eta_{\sigma_\perp} = 1,41$
 <p>Zugblatt</p>	$\sigma_1 = 0,69 \text{ N/mm}^2$ $\eta_1 = 8,1\%$	$\sigma_2 = 11,11 \text{ N/mm}^2$ $\eta_2 = 84,2\%$ $F_{\max} = 12 \text{ kN}$	$\sigma_c = 0,08 \text{ N/mm}^2$ $\eta_c = 4,9\%$	$\tau = 0,46 \text{ N/mm}^2$ $\eta_\tau = 37,6\%$	$\sigma_\perp = 0,40 \text{ N/mm}^2$ $\eta_{\sigma_\perp} = 1,61$
 <p>Schwalbenschwanzzapfen</p>	$\sigma_1 = 0,69 \text{ N/mm}^2$ $\eta_1 = 8,1\%$	$\sigma_2 = 8,56 \text{ N/mm}^2$ $\eta_2 = 66,4\%$ $\sigma_3 = 2,08 \text{ N/mm}^2$ $\eta_3 = 24,2\%$ $F_{\max} = 15,1 \text{ kN}$	$\sigma_c = 0,10 \text{ N/mm}^2$ $\eta_c = 6,4\%$	$\tau = 0,52 \text{ N/mm}^2$ $\eta_\tau = 42,3\%$	$\sigma_\perp = 0,06 \text{ N/mm}^2$ $\eta_{\sigma_\perp} = 0,26$

5.3. Numerische Tragfähigkeitsberechnungen ausgewählter Längsstöße

Vertiefend erfolgten für das Hakenblatt und das Zahnblatt numerische Zugfestigkeitsberechnungen per FEM.

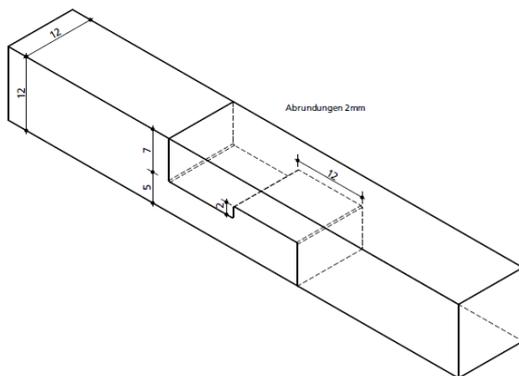


Abb.- 5-9 Details Hakenblatt¹⁰

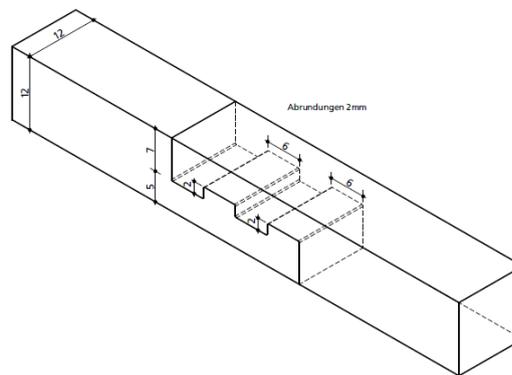


Abb.- 5-10 Details Zahnblatt¹⁰

Im Vergleich zu den vereinfachten analytischen Rechnungen zeigen die Auszüge der numerischen Berechnung mit dem Finite Element Programm ANSYS den tatsächlichen Verlauf der Spannungen. Zweck der numerischen Modellierung ist die Überprüfung der analytischen Rechnung und die anschauliche Darstellung der Spannungsverläufe im Querschnitt. Für diesen Zweck wurde ein elastisches Werkstoffgesetz zugrunde gelegt.



In einem ersten Schritt wurden die Normalspannungen in Y-Richtung längs zur Faserrichtung betrachtet. Bei der Zugspannung sind die analytische Rechnungen im Vergleich zur numerischen Berechnung sehr passend. Geprüft wurde dies im Bruttoquerschnitt vor der Verbindung und im Hakenhals. Im Bruttoquerschnitt sind dies reine Zugnormalspannungen mit einem Wert von $0,69 \text{ N/mm}^2$. Dieses Ergebnis stimmt mit der analytischen Rechnung überein. Im Hakenhals ist zu erkennen, dass die Normalkraft durch die exzentrische Querschnittsverjüngung ein Moment erzeugt. Die Spannung ist in diesem Schnitt nicht mehr konstant über den Querschnitt verteilt, sondern verläuft linear. Auf der inneren Seite des Hakenhalses entstehen Zugspannungen (rote Bereiche in Abb.- 5-11) in Höhe von $8,5 \text{ N/mm}^2$, die den maximalen Zugspannungen der Handrechnung entsprechen. Auf der Außenseite des Hakenhalses entstehen Druckspannungen (blaue Bereiche in Abb.- 5-11). In den Ecken am Anfang und Ende des Hakenhalses sind diese Spannungen höher (im Folgenden als Spannungsspitzen bezeichnet). Die Zugkraft die in dem Anschluss wirkt, wird über den Haken über die Druckkontaktfläche in das angeschlossene Bauteil übertragen. Bei der analytischen Rechnung wurde die Druckfläche durch die Last geteilt und ergibt eine konstante Spannung von $4,2 \text{ N/mm}^2$. Dieser Wert ist im Mittelpunkt der Druckfläche auch im numerischen Modell abzulesen (Abb.- 5-11). Durch die Exzentrizität des Hakenhalses sind die Spannungen an der Druckfläche nicht konstant, sondern sind ebenfalls linear.

Im Vergleich zum geraden Hakenblatt hat das Zahnblatt an der Druckfläche halb so große Spannungen. Die Zugspannungen im Hakenhals bleiben ungefähr gleich (Abb.- 5-12).

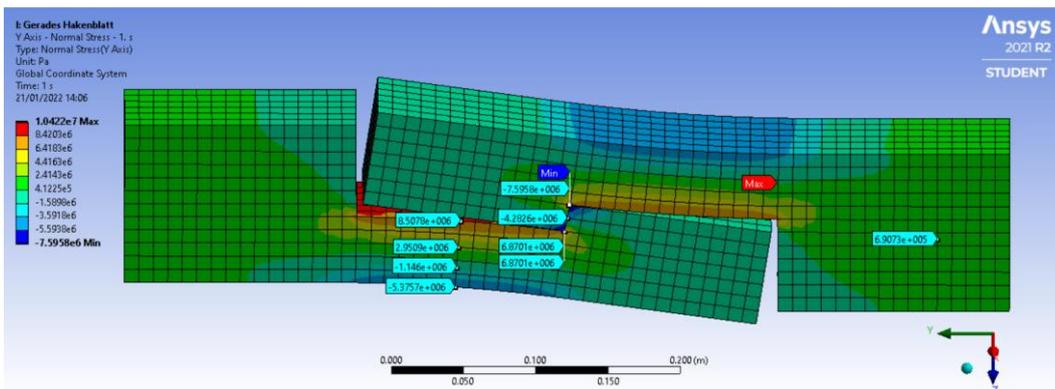


Abb.- 5-11 Hakenblatt - Normalspannungen

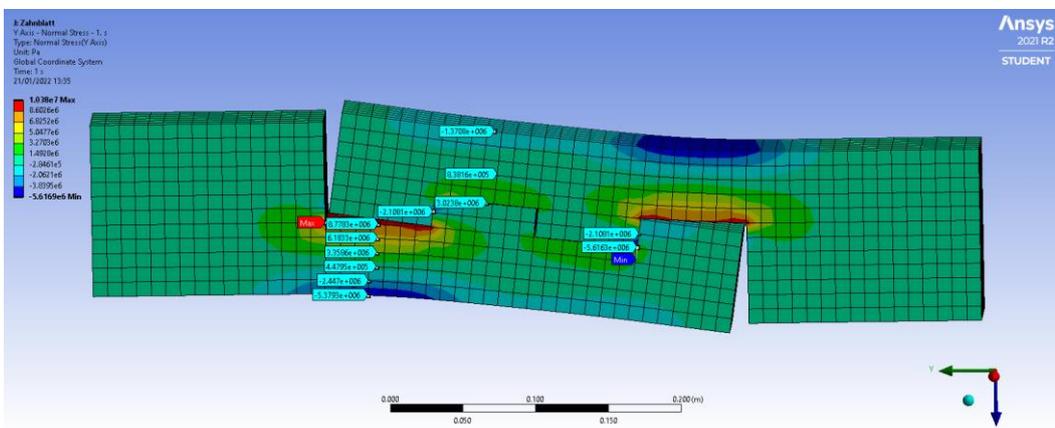


Abb.- 5-12 Zahnblatt – Normalspannungen

Durch die Geometrie des Anschlusses wirken im Haken Scherkräfte. Diese Scherkräfte sind Schubkräfte die quer der Faserrichtung des Holzes wirken. Im Vergleich zu der analytischen Rechnung zeigt die numerische Berechnung, dass die Schubspannungen in YZ-Richtung an der Kontaktstelle am Größten sind und über die Hakenlänge abnehmen, bis sie am Hakenende gegen Null gehen (Abb.- 5-13). Auch die Schubspannungen beim Zahnblatt sind in den Scherflächen des Hakens geringer als beim Hakenblatt (Abb.- 5-14).

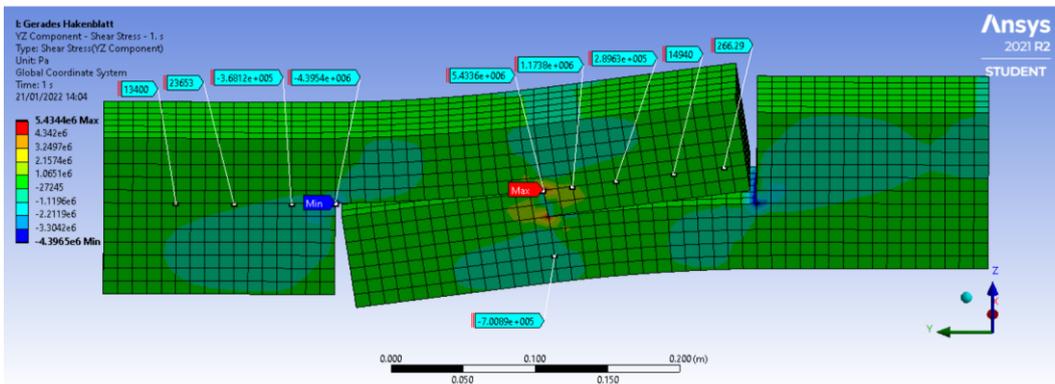


Abb.- 5-13 Hakenblatt - Scherspannungen

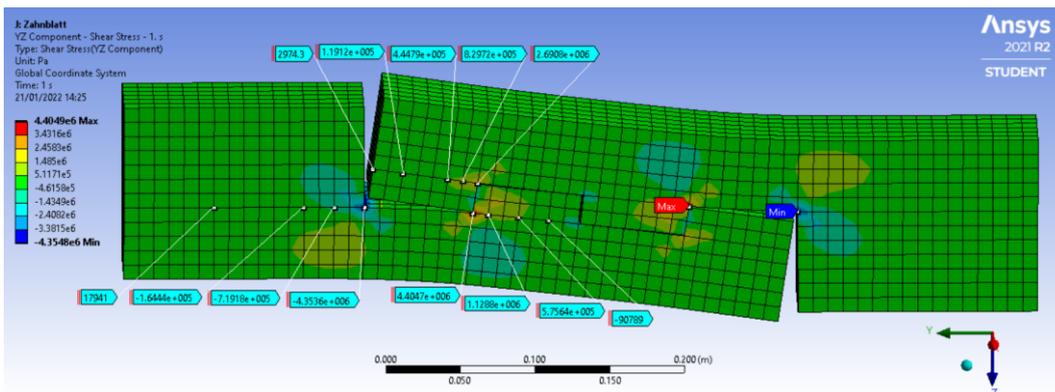


Abb.- 5-14 Zahnblatt - Scherspannungen

In den Abb.- 5-11 bis Abb.- 5-14 sind Spannungsspitzen zu erkennen (rot und blaue Flächen an den Kanten der Verbindung). Diese können mit Rundungsradien vermindert werden. Da die bisher höchsten, analytisch ermittelten Auslastungen im Hakenhals lokalisiert sind, beschränkt die Druckkontaktfläche die Größe der Rundungsradien. Die Druckkontaktfläche hat eine Höhe von 2 cm. Daher eignen sich Rundungsradien von 2 bis 5 mm.

Die numerische Berechnung wird bei Umsetzung der Rundungsradien umfangreicher, da für die Rundungsradien das quadratische Netz zu einem Netz aus Dreiecken geändert wird.

Die Druckfläche an der Druckkontaktfläche hat nun einen annähernd konstanten Verlauf (Abb.- 5-15). Dabei ist die Druckspannung auf Grund der kleineren Druckkontaktfläche deutlich höher. Auch ist zu erkennen, dass sich die maximalen Zugspannungen in den Kanten des Hakenhalses verringert haben (Abb.- 5-15).

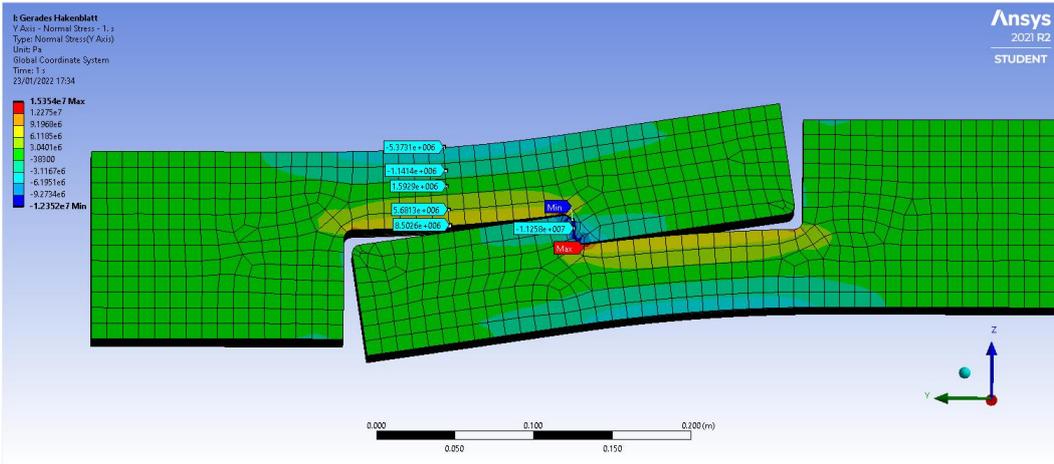


Abb.- 5-15 Hakenblatt mit 5mm Abrundungen - Normalspannungen

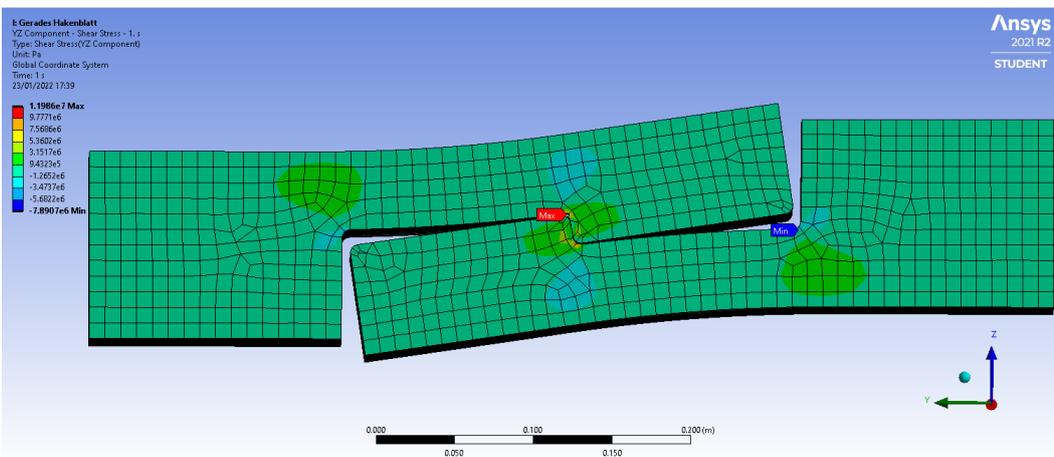


Abb.- 5-16 Hakenblatt mit 5mm Abrundungen - Scherspannungen

Die Schubspannungen im ersten Drittel der Scherfläche sind höher als ohne Rundungs-radien (Abb.- 5-17 und Abb.- 5-18). Dies lässt sich auf höhere Druckspannungen rückführen, die die Schubspannungen erzeugen. Daher werden Rundungsradien von 2 mm gewählt.

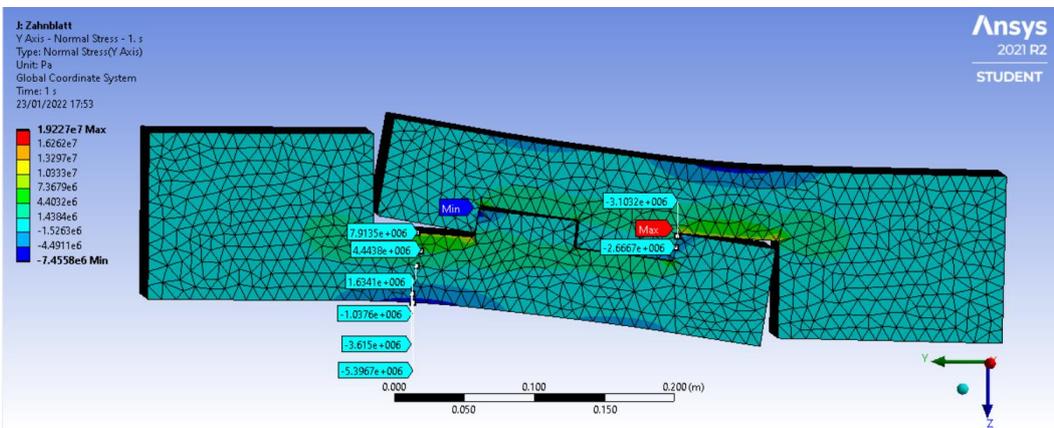


Abb.- 5-17 Zahnblatt mit 2mm Abrundungen - Normalspannungen

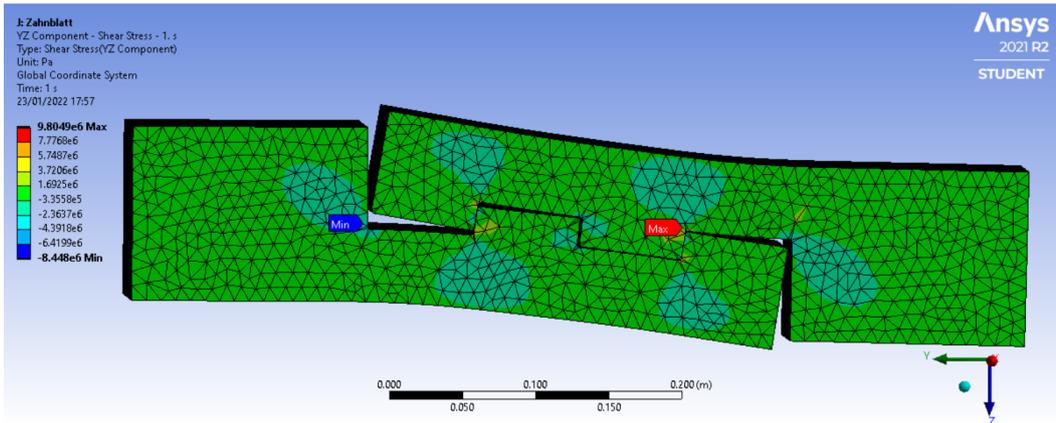


Abb.- 5-18 Zahnblatt mit 2mm Abrundungen - Scherspannungen

Anhand der Ergebnisse des numerischen Modells wurde abschließend eine Optimierung der Geometrie durch das Anbringen von Rundungsradien von 2 mm an den Druckkontaktflächen zur Vermeidung von Spannungsspitzen festgelegt.

5.4. Bauteilversuche ausgewählter Längsstöße

Die zuvor erfolgten numerischen Zugfestigkeitsberechnungen per FEM für das Hakenblatt und das Zahnblatt wurden in einem weiteren Schritt vergleichenden Bauteilversuchen unterzogen. Hierfür wurden Proben mit den optimierten Geometrien der numerischen Untersuchungen gefertigt.

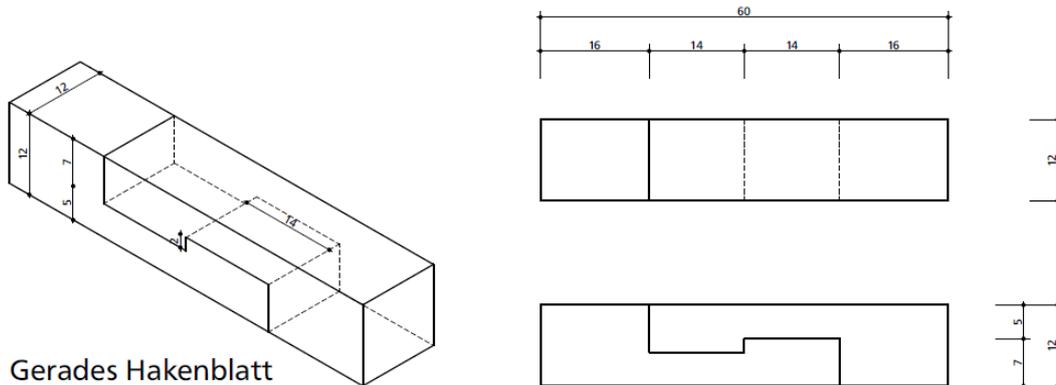


Abb.- 5-19 Hakenblatt Prüfkörper¹⁰

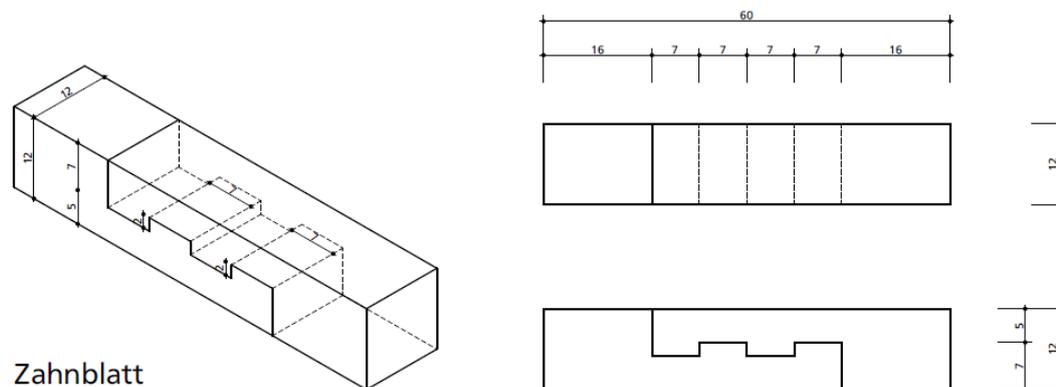


Abb.- 5-20 Zahnblatt Prüfkörper¹⁰

5.4.1. Prüfaufbau und Durchführung

Die Prüfkörper wurden aus Nadelholz der Güteklasse C24 gefertigt. Es wurden jeweils vier Exemplare beider Längsstöße hergestellt. Vor der Prüfung wurden die Proben entsprechend der Nutzungsklasse 1 nach EN 1995-1 in einer Klimakammer mit den Umgebungsbedingungen von (20 ± 2) °C und einer relativen Luftfeuchte von (65 ± 5) % bis zur Massenkonstanz gelagert.

Die Hakenhöhe betrug, analog den vorangegangenen Untersuchungen, bei beiden Längsstößtypen 2 cm. Die Hakenlänge betrug beim Hakenblatt 14 cm und beim Zahnblatt jeweils 7 cm. Die zusammengesetzten Proben hatten eine Gesamtlänge von 60 cm. Die Abrundung zur Vermeidung von Spannungsspitzen wurde aus fertigungstechnischen Gründen nicht umgesetzt.

Die Prüfungen wurden mit einer Universal Druck und Zugmaschine durchgeführt.

Für die Versuchsdurchführung wurden die Aufnahmen der Widerlager mittels verbolter Winkelprofile realisiert und die Proben gelenkig gelagert in vertikaler Ausrichtung in die Prüfmaschine eingehängt. Die Aufnahme der Verformungen der Verbindungen erfolgte über je zwei an den Prüfkörpern angebrachte Wegaufnehmer (Abb.- 5-21). Die Prüfung erfolgte weggesteuert mit einem Belastungsanstieg von 3 mm/ min.

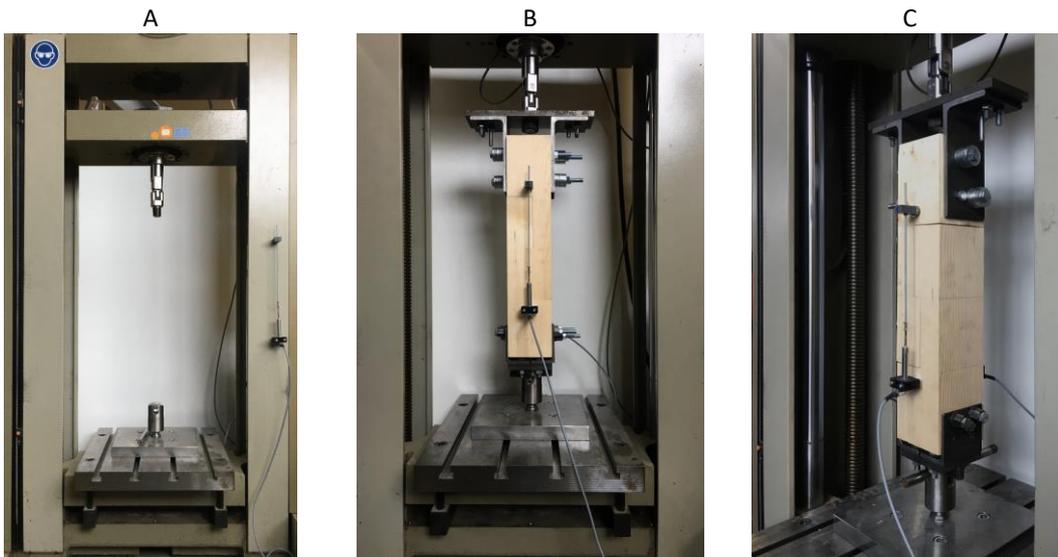


Abb.- 5-21 Aufbau Prüfmaschine A) ohne Prüfkörper B) mit Prüfkörper, Frontalansicht C) mit Prüfkörper, seitliche Ansicht¹⁰

5.4.2. Prüfergebnisse

Tabelle 5-2 Prüfergebnisse Hakenblatt

Hakenblatt			
Probenbezeichnung	Bruchkraft F_{max} [N]	Verformung bei F_{max} [mm]	Scherfestigkeit f_v [N/mm ²]
HB 1	19.904	2,81	1,19
HB 2	21.557	2,11	1,28
HB 3	20.647	1,39	1,23
HB 4	22.695	3,64	1,36
Mittelwert $m_{(x)}$	21.201	2,49	1,26
Standardabweichung $s_{(x)}$	1.204	1,0	0,07
Variationskoeffizient $\delta_{(x)}$	5,7 %	38,7 %	5,8 %

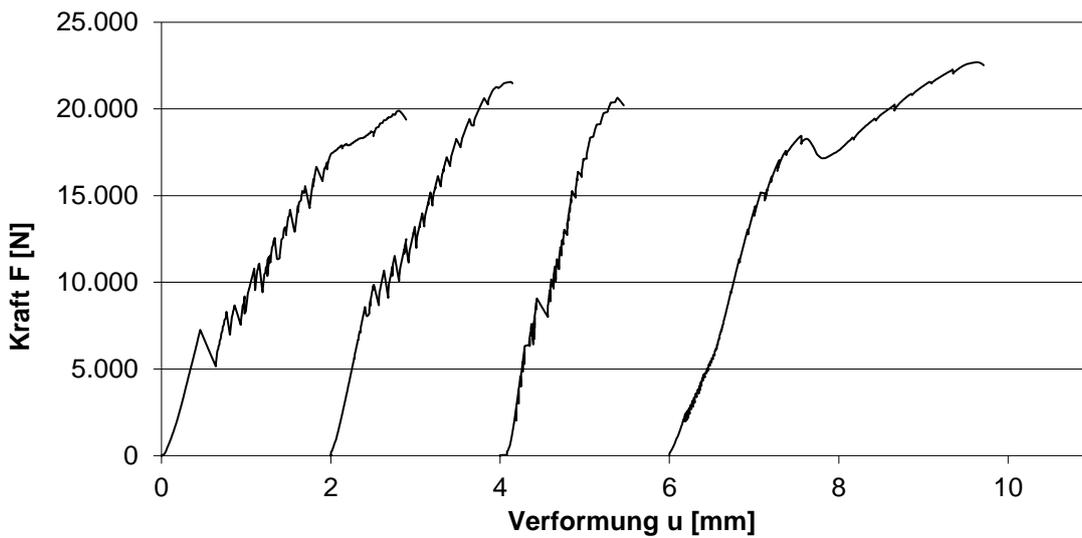


Abb.- 5-22 Prüfergebnisse Hakenblatt Kraft-Verformungskurven

Tabelle 5-3 Prüfergebnisse Zahnblatt

Hakenblatt			
Probenbezeichnung	Bruchkraft F_{max} [N]	Verformung bei F_{max} [mm]	Scherfestigkeit f_v [N/mm²]
ZB 1	18.106	1,55	1,09
ZB 2	21.253	1,54	1,28
ZB 3	22.428	1,71	1,34
ZB 4	20.780	2,24	1,25
Mittelwert $m_{(x)}$	20.642	1,76	1,24
Standardabweichung $s_{(x)}$	1.827	0,33	0,11
Variationskoeffizient $\delta_{(x)}$	8,9 %	18,8 %	8,8 %

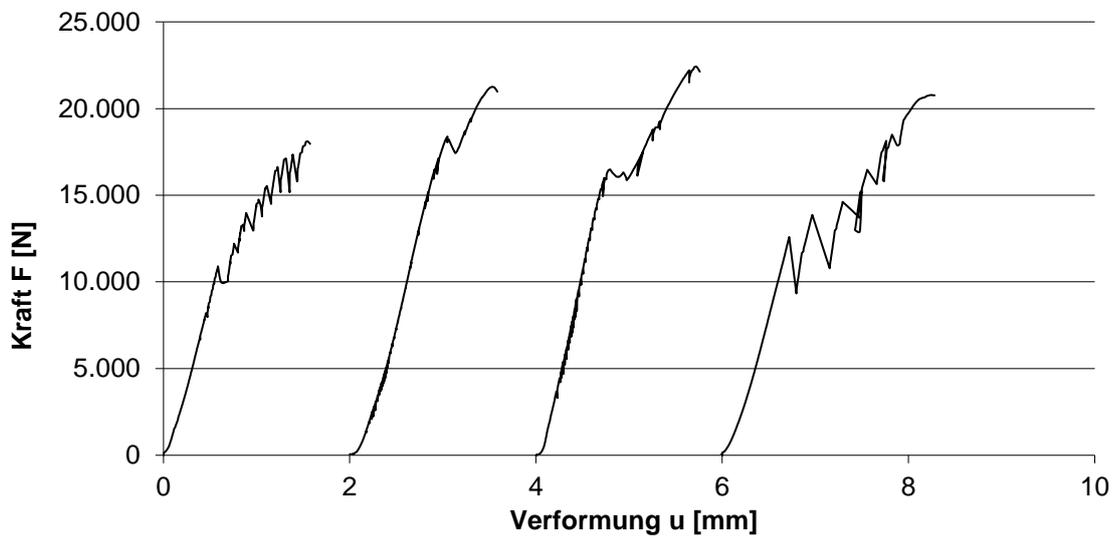


Abb.- 5-23 Prüfergebnisse Zahnblatt Kraft-Verformungskurven

Wie in Abb.- 5-24 und Abb.- 5-25 ersichtlich, lassen die Bruchbilder eindeutig auf ein Scherversagen als Versagensursache schließen. Die Verbindungen versagten alle bei Erreichen der Scherfestigkeit des Hakens, in der Verlängerung des Hakenhalses.



Abb.- 5-24 Bruchbilder Hakenblatt¹⁰



Abb.- 5-25 Bruchbilder Zahnblatt¹⁰

Anhand der exemplarischen Bruchbilder in Abb.- 5-26 und Abb.- 5-27 ist das Scherversagen durch die Risse entlang der Fasern deutlich zu erkennen. Ebenso stehen die Fasern von der Rissfläche ab.



Abb.- 5-26 Bruchbilder Hakenblatt¹⁰



Abb.- 5-27 Bruchbilder Zahnblatt¹⁰

5.5. Vergleich Prüfergebnisse und analytische Festigkeitsberechnung

Die analytische Festigkeitsberechnung wurde mit den Geometrien der Prüfkörper unter Verwendung der charakteristischen Festigkeiten von C24 nach EN 338 durchgeführt.

Tabelle 5-4 zeigt die Spannungen der Längsstöße mit den Geometrien der Probekörper. Angesetzt wurde eine Belastung von 20kN.

Tabelle 5-4 Spannungen und Auslastung für Hakenblatt und Zahnblatt nach analytischer Festigkeitsberechnung

	Schnitt 1 (Brutto Zug)	Mittlere Zug- spannung	Maximale Zugspannung (Biegezug- spannung)	Druck-spannung	Scher-spannung	Querzug- spannung
	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]
Hakenblatt	1,39	3,33	17,33	8,33	1,19	0,51
Auslastung η	9,9 %	2,4 %	82,1 %	39,7 %	59,5 %	127,6 %
Zahnblatt	1,39	3,33	17,33	4,17	1,19	
Auslastung η	9,9 %	2,4 %	82,1 %	19,8 %	59,5 %	

Tabelle 5-5 Bruchlasten und Spannungen der Prüfkörper

	Bruchlast [N/mm ²]	Zugspannung [N/mm ²]	Druckspannung [N/mm ²]	Scherspannung [N/mm ²]
Hakenblatt	21.201	3,54	8,66	1,27
Zahnblatt	20.642	3,44	4,20	1,23

Den analytischen Berechnungen nach, ist die Scherspannung mit einer Auslastung von 59,5 % bei beiden Verbindungen innerhalb des zulässigen Spannungsbereiches und hätte demnach nicht versagen dürfen (Tabelle 5-4). Gleichzeitig ist die Auslastung der Biegezugspannung mit 82,1 % deutlich höher. Es kam während der Versuche zwar zu Querzugrissen in der Verlängerung des Hakens, jedoch passt das Bruchbild nicht zu einem Biegezugversagen. Das Abscheren des Hakens kann nicht aufgrund der Biegezugspannung entstehen.

Nachdem ein Holzfehler ausgeschlossen werden konnten, wurden die Ergebnisse auf andere Versagensformen, die ähnliche Bruchbilder aufweisen, untersucht. Bei einer relativ geringen Querzugspannung von 0,51 N/mm² wird eine Auslastung von 127,6 % erreicht. Die Querzugspannung wurde bisher unterschätzt, ist jedoch aufgrund des geringen Widerstandes von 0,2 N/mm² die Schwachstelle der Verbindung. Die Zugspannung entsteht infolge der Druckkomponente und dem Hebelarm, die durch ein Moment im Haken entsteht. Die Fasern reißen gerade im oberen Bereich senkrecht zur Faser auf, was in den Bruchbildern gut erkennbar ist. Im unteren Bereich sind sie teilweise glatt, was auf ein Abscheren hindeutet.

Das Versagen durch Querzugspannungen ist aus den Last-Verformungskurven ablesbar. In Abb.- 5-22 und Abb.- 5-23 sind bei einer Last zwischen 15 kN und 19 kN Abflachungen der Diagrammkurve zu erkennen. Diese befinden sich in den Lastbereichen, bei der die Verbindung aufgrund der erreichten Querzugspannungen zu reißen begann. Bis zum Versagen wurde die Kraft umgelagert. Die Scherspannungen führten anschließend, nach der Bildung der Querzugrisse, zum vollständigen Versagen.

Vergleicht man die Ergebnisse der analytischen Berechnung mit den Versuchsergebnissen wird erkennbar, dass beide zu ähnlichen Ergebnissen geführt haben (Tabelle 5-4 und Tabelle 5-5). Zwischen Hakenblatt und Zugblatt sind nur unwesentliche Unterschiede auszumachen. Das Hakenblatt wurde daher favorisiert, da beide Längstoßvariationen zwar die annähernd gleiche Leistungsfähigkeit aufweisen, das Hakenblatt weniger Aufwand in der Herstellung erfordert.

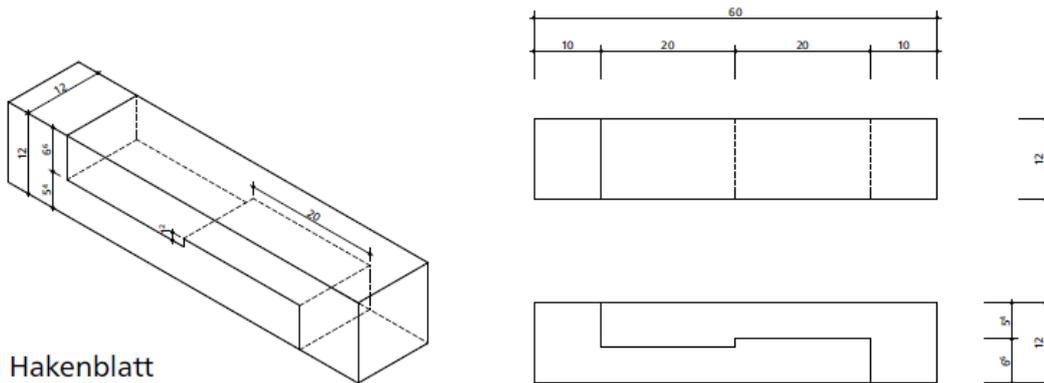
5.6. Optimierung des Querschnitts des Hakenblattes

Über Anpassungen der Hakenhöhe und der Hakenlänge kann das Hakenblatt optimiert werden. In Tabelle 5-6 werden die zu erwartenden Spannungen bei einer Zugkraft von 20 kN berechnet und eine Auslastung ausgegeben. Der Widerstand der Zugspannungen senkrecht zur Faser wird mit $0,4 \text{ N/mm}^2$ angesetzt. Dabei wird der aktuelle Prüfkörper den Optimierungen gegenübergestellt um die zu erreichende, rechnerische Bruchlast zu ermitteln.

Tabelle 5-6 Optimierung des Hakenblattes

	Prüfkörper HB	Optimierung l_H	Optimierung h_D	Optimierung l_H und h_D	rechn. Bruchlast des Prüfkörpers	rechn. Bruchlast der Optimierung
Druckkraft D_1 [N]	20000	20000	20000	20000	15680	28901,9
Höhe der Druckfläche h_D [mm]	20	20	12	12	20	12
Exzentrizität zur Scherfläche $e = 0,5 \cdot h_D$ [mm]	10	10	6	6	10	6
Moment auf Grund von e $M = e \cdot D_1$ [Nmm]	200000	200000	120000	120000	156800	173411,7
Hakenlänge l_H [mm]	140	200	140	200	140	200
Hakenbreite b [mm]	120	120	120	120	120	120
Widerstandsmoment des Hakens $W = b \cdot l^2 / 6$ [mm ³]	392000	800000	392000	800000	392000	800000
Zugspannung Senkrecht zur Faser $\sigma_{\perp} = M/W$ [N/mm ²]	0,51	0,25	0,31	0,15	0,40	0,22
Auslastung η	127,6 %	62,5 %	76,5 %	37,5 %	100,0 %	54,2 %
Max. Normalspannung im Hakenhals [N/mm ²] (Biegezugspannung)	17,33	17,33	14,40	14,40	13,59	20,81
Auslastung Biegezugspannung Hakenhals	82,1 %	82,1 %	69,2 %	29,2 %	64,4 %	100,0 %
Mittlere Normalspannung (reiner Zug) im Hakenhals [N/mm ²]	3,33	3,33	3,09	3,09	2,61	4,46
Auslastung mittlere Zugspannung Hakenhals	23,8 %	23,8 %	22,0 %	22,0 %	18,7 %	31,9 %
Druckspannung [N/mm ²]	8,33	8,33	13,89	13,89	6,53	20,07
Auslastung Druckspannung	39,7 %	39,7 %	66,1 %	66,1 %	31,1 %	95,6 %
Schubspannung [N/mm ²]	1,19	0,83	1,19	0,83	0,93	1,20
Auslastung Schub	59,5 %	41,7 %	59,5 %	41,7 %	46,7 %	60,2 %

Eine Möglichkeit der Optimierung ist die Druckfläche zu reduzieren, wodurch der Hebelarm kleiner wird. Durch eine Verlängerung der Hakenlänge auf 20 cm erhöht sich das Widerstandsmoment. Eine weitere Möglichkeit ist die Verlängerung des Hakens auf 20 cm. Durch die Vergrößerung der Fläche wird zusätzlich auch die Schubspannung verringert. Im Zusammenhang mit dem kleineren Hebelarm werden so geringere Quersugspannungen erreicht. Die dadurch zu erreichende rechnerische Bruchlast von 28,90 kN beträgt das 1,8-fache der Bruchlast des aktuellen Prüfkörpers. In Abb.- 5-28 ist die optimierte Verbindung dargestellt.



Hakenblatt

Abb.- 5-28 Hakenblatt mit Optimierung l_H und h_D ¹⁰

5.7. Schlussfolgerungen

Diese Untersuchungen zeigen eine Übersicht historischer Längsstöße, die auf Zug belastbar sind. Durch die analytischen Berechnungen können die Verbindungen miteinander verglichen werden. Das Hakenblatt und das Zahnblatt erweisen sich als die bestmöglichen Variationen. Bei einer Zugbelastung von 10 kN erreichen beide Längsstöße mit einer maximalen Zugspannung von 8,67 N/mm² eine Auslastung von 66,7 %. Darauf folgend wurden das Hakenblatt und das Zahnblatt durch eine numerische Berechnung, per Finite Elemente Methode, auf Schwachstellen untersucht und die Geometrie nochmals optimiert. Um die dabei erkannten Spannungsspitzen an den Anschlusskanten zu minimieren wurden unter Verwendung numerischer Analysemethoden Abrundungsradien getestet.

Bauteilversuche mit dem Hakenblatt und dem Zugblatt wiesen nahezu gleichwertige Festigkeitseigenschaften der Verbindungen auf.

Der Vergleich der analytischen Festigkeitsberechnungen mit den Prüfergebnissen zeigte auf, dass die analytischen Ergebnisse zur Auslegung einer Holzverbindung ausreichend sind und somit auf einen experimentellen Nachweis verzichtet werden kann.

6. Hauptuntersuchungen Teil 2: Nachgiebig zusammengesetzte Träger-Schubverbindungen

6.1. Analytische Berechnung von Schubverbindungen

Bei beiden zuvor genannten Varianten der Träger ist die Tragfähigkeit der miteinander verbundenen Bauteile abhängig von deren Schubfestigkeit.

Dieses Kapitel befasst sich mit der Optimierung von Schubverbindungen, um eine möglichst große Verbundwirkung mehrerer Balkenlagen eines Biegeträgers zu erzielen. Dazu wird in diesem Abschnitt zunächst eine Verbindung aus den in Tabelle 6-1 gesammelten Schubverbindungen ausgewählt. Für diese wird eine Parameterstudie durchgeführt, um den Einfluss der Abmessungen auf die Tragwirkung abschätzen zu können und daraus Geometrien zu entwickeln, welche im Anschluss numerisch und experimentell untersucht werden können. Aus den numerischen und experimentellen Untersuchungen wird die tragfähigste Geometrie gewählt, für welche am Ende dieses Kapitels eine Biegebemessung durchgeführt wird.

6.1.1. Auswahl einer geeigneten Schubverbindung

Die Tragfähigkeit der einzelnen Varianten der nachgiebig verbundenen Biegebalken unterscheidet sich durch die Verbundwirkung der einzelnen Balkenlagen. Als Vergleichswert der Verbundwirkung dient der Verschiebungsmodul K_{ser} , welcher experimentell bestimmt werden muss.

Um sich ohne Versuche für eine Verbindung entscheiden zu können, wurden die Schubverbindungen anhand von fünf Kriterien in Tabelle 6-1 miteinander verglichen. Die gewählten Schubverbindungen konnten alle so ausgebildet werden, dass sie dieselbe Tragfähigkeit aufweisen. Die Tragfähigkeit der Schubverbindungen hängt von der Einschnitttiefe t_v und der Länge der Scherfläche l_v ab. Die Breite der Verbindungen ist gleich. Die Schubverbindung geht bei allen Varianten über die gesamte Balkenbreite. Die Verbindungen wurden anhand von Kriterien der Nachhaltigkeit, der Biegetragfähigkeit, der Nachgiebigkeit und dem Arbeitsaufwand verglichen.

Als Kriterium für die Nachhaltigkeit wurde das Volumen des Verschnittes durch ein Verbindungselement in einer Balkenlage berechnet. Über den gesamten nachgiebig verbundenen Biegebalken summiert sich dieses für jede Schubverbindung und jede Balkenlage auf. Zu dem Aspekt der Nachhaltigkeit kommt das zusätzliche Material hinzu, welches für die Schubklötze (quaderförmige Dübel) verbraucht wird.

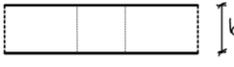
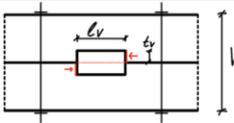
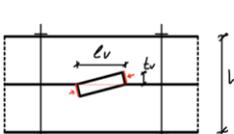
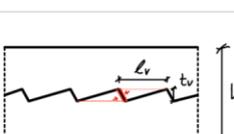
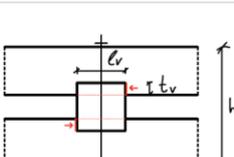
Die Balkenhöhe wurde als Kriterium für die Biegetragfähigkeit verwendet. Neben der Balkenhöhe hat auch die Nachgiebigkeit der Verbindung einen Einfluss auf die Biegetragfähigkeit. Die Nachgiebigkeit wurde anhand der Anzahl der Fugen in Längsrichtung bewertet. Die Fugen können aufgrund von Herstellungsungenauigkeiten entstehen und verursachen einen Schlupf und damit eine größere Durchbiegung des Balkens.

Das Kriterium „Besonderheit der Kraftübertragung“ untersucht die Art der Übertragung der Schubkräfte. Dabei wurde untersucht, ob durch die Schubkräfte andere Beanspruchungsarten hervorgerufen werden und welche konstruktiven Details zusätzlich notwendig sind, um eine Kraftübertragung sicherzustellen. Bei den Dübelverbindungen sind zusätzliche Verbindungsmittel erforderlich, um das Kippen der Klötze und damit das Abheben der

Verbindung zu vermeiden. Eine Verzahnung hat den Vorteil, dass die Verbindungselemente lückenlos hintereinander angeordnet werden können. Somit erhöht sich die Anzahl der Verbindungsmittel pro Meter und damit auch die Tragfähigkeit.

Der Arbeitsaufwand konnte anhand der Anzahl der Elemente abgeschätzt werden, die benötigt werden, um die Tragfähigkeit der Verbindung herzustellen. Diese können in den Skizzen der Verbindungsart abgezählt werden.

Tabelle 6-1 Vergleich der Schubverbindungen

	Verschnitt $V_{\text{schnitt},i}$	Material des Dübels $V_{\text{Dübel},i}$	Balken- höhe h_i	Anzahl Fugen n	Besonderheit der Kraftübertragung
	$t_v \cdot l_v$	$2 \cdot t_v \cdot l_v$	h	2	<ul style="list-style-type: none"> – Kraftübertragung über Schubklotz – Zusätzliche Verbindungsmittel erforderlich
	$\frac{1}{2} t_v \cdot l_v$	$t_v \cdot l_v$	h	2	<ul style="list-style-type: none"> – Kraftübertragung über Schubklotz – Zusätzliche Verbindungsmittel erforderlich
	$\frac{1}{2} t_v \cdot l_v$	0	$h - t_v$	1	<ul style="list-style-type: none"> – Direkte Kraftübertragung ohne Hilfsmittel – Schubverbindungen können ohne Abstand zueinander angeordnet werden
	$t_v \cdot l_v$	$\gg 2 \cdot t_v \cdot l_v$	$> h$	2	<ul style="list-style-type: none"> – Kraftübertragung über Schubklotz (großes Kippmoment) – Zusätzliche Verbindungsmittel erforderlich – Zusätzliche Schwächung durch Verbindungsmittel

Der Zahnbalken stellte sich als die effektivste Verbindung heraus, da pro Meter die meisten Verbindungsmittel angeordnet werden können, die Kraftübertragung direkt von einer Balkenlage zur nächsten erfolgt und nur eine nachgiebige Fuge vorhanden ist. Somit ist der Zahnbalken die Verbindung, die am wenigsten nachgiebig ist. Des Weiteren hat die Verzahnung den geringsten Materialverbrauch, da die Verbundwirkung der Verzahnung ohne weitere Hilfsmittel erzeugt werden kann. Der Arbeitsaufwand ist dadurch auch am geringsten. Dem steht gegenüber, dass die Balkenhöhe beim Zahnbalken am geringsten ist, welche Einfluss auf das Widerstandsmoment hat.

6.1.2. Parameterstudie zur Entwicklung einer optimalen Geometrie

Zur Berechnung der Schnittgrößen des Zahnbalkens ist, wie bei den anderen nachgiebig verbundenen Biegeträgern, die Kenntnis des Verschiebungsmoduls K_{ser} erforderlich, welcher auf Grund fehlender normativer Angaben für den Zahnbalken experimentell ermittelt werden muss. Die bisherigen experimentellen Untersuchungen beschränken sich auf die Forschung von Rug u. a.¹, welche K_{ser} für zwei verschiedene Zahntiefen zur Restauration eines Bestandsbalkens bestimmt haben. Die Untersuchungen reichen nicht aus, um anhand von ihnen K_{ser} für andere Querschnitte mit anderen Zahntiefen- und -längen abschätzen zu können.

Das Ziel dieses Abschnittes ist es, anhand einer Parameterstudie den Einfluss der Zahntiefe t_v und des Lasteinleitungswinkels α auf die Schubtragfähigkeit des Zahnbalkens zu ermitteln, um die experimentellen Untersuchungen auf die wesentlichen Geometrien zu beschränken. Der Lasteinleitungswinkel leitet sich aus der Neigung der Druckkontaktflächen der Zähne ab.

Die Berechnungen der Parameterstudie wurden an einem herausgelösten Zahnpaar durchgeführt. Die Geometrie und die Randbedingungen wurden aus dem Versuchsaufbau von Rug u. a.¹ abgeleitet, um mithilfe der Parameterstudie die rechnerischen Bruchlasten der Versuche zur experimentellen Bestimmung von K_{ser} zu erhalten.

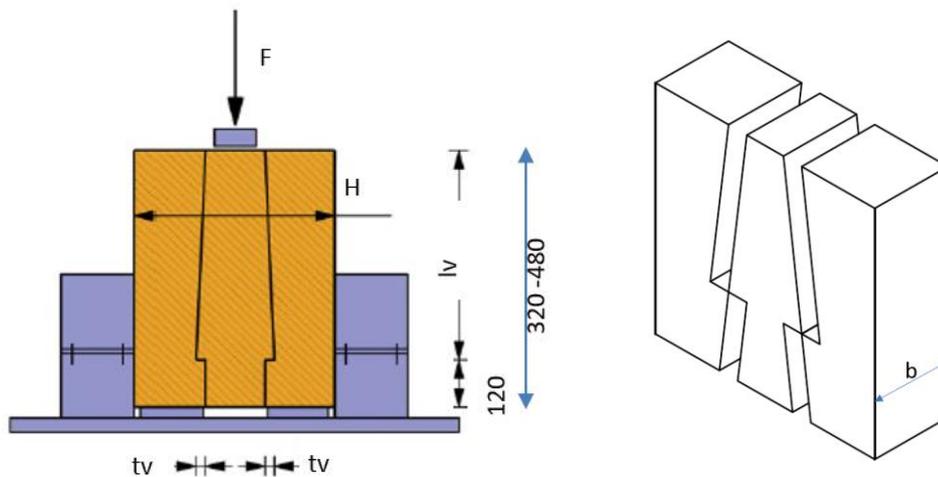
Der Versuchsaufbau zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit des Zahnbalkens von Rug u. a.¹ ist in Abb.- 6-1 dargestellt. Die Prüfkörper bestehen aus drei Teilen und werden ohne Verbindungsmittel und ohne Leim zusammengesetzt. Die beiden Seitenteile stehen auf Stahlplatten und sind seitlich gehalten. Das Mittelstück wird oben flächig belastet und hängt unten 30 mm frei über der nächsten Kante, sodass die Verschiebung des belasteten Mittelstücks gemessen werden kann.

Für die Berechnung der Parameterstudie werden folgende Annahmen getroffen, die anschließend noch erläutert werden:

- Querschnitt 120 mm x 120 mm
- Festigkeit C24 nach EN 338
- Konstante Schubspannung über die Schubfläche für $l_v \leq 8 \cdot t_v$
- Das Mittelstück wird versagen.

Der Querschnitt, aus dem die Versuchskörper geschnitten werden, wird zu 120 mm x 120 mm gewählt, da dies ein marktüblicher Querschnitt ist. Die Länge der Scherfläche l_v wird auf $8 \cdot t_v$ begrenzt, da die Schubspannung an der Lasteinleitung signifikant höher ist und über die Länge quadratisch abfällt, sodass die Annahme einer konstanten Schubspannung nur im Bereich bis $8 \cdot t_v$ gültig ist¹³. Zuletzt wird angenommen, dass das Mittelstück versagen wird, da die Seitenteile durch Stahlplatten unterstützt sind und diese nach Rug u. a.¹ deshalb nicht versagen werden. In der Berechnung wird aus diesem Grund nur das herausgelöste Mittelstück betrachtet.

¹³ (Colling, 2008)



(a) Versuchsaufbau nach Rug u. a.¹

(b) Explosionszeichnung des Prüfkörpers⁹

Abb.- 6-1 Prüfkörpergeometrie zur Ermittlung von K_{ser} des Zahnbalzens

In Abb.- 6-2 sind die Belastung und die maßgebenden, beanspruchten Flächen dargestellt. Die rot schraffierten Flächen sind die Druckflächen der Zähne, die Grünen sind die Scherflächen und die Gelbe ist die Druckfläche des Nettoquerschnittes. Diese Nettodruckfläche begrenzt die Zahntiefe t_v , sodass diese nicht unbegrenzt größer werden kann. In blau ist der Winkel α der Druckkontaktfläche des Zahnes dargestellt, welcher dem Winkel der Last zur Faserrichtung entspricht. Die Druckfestigkeit $f_{c,\alpha}$ unter diesem Lasteinleitungswinkel α berechnet sich nach EN 1995-1-1 Absatz 6.2.2 Gleichung (6.16) wie folgt:

$$f_{c,\alpha} = \frac{f_{c,0}}{\frac{f_{c,0}}{k_{c,0} f_{c,90}} \sin(\alpha)^2 + \cos(\alpha)^2} \quad (6-1)$$

Dabei beträgt $k_{c,90}$ nach EN 1995-1-1 Absatz 6.1.5 (2) in diesem Fall 1,0.

Anhand der Parameterstudie wurde mit den Festigkeiten von C24 die rechnerische Bruchlast für α gleich 0° bis 45° mit der Zahntiefe t_v gleich 1,0 cm bis 4,0 cm berechnet. Die rechnerische Bruchlast berechnet sich dabei aus der jeweiligen Festigkeit multipliziert mit der Größe der zugehörigen, farblich schraffierten Fläche. Sie ist dabei die kleinste Kraft, die sich aus Druck-, Schub- und Nettodruckkraft ergibt.

Das Ergebnis der Parameterstudie ist in Abb.- 6-3 dargestellt. Entlang der X-Achse ist die Zahntiefe t_v in cm aufgetragen, auf der Y-Achse die Bruchlast in kN. Für jeden Winkel α gibt es einen Graphen.

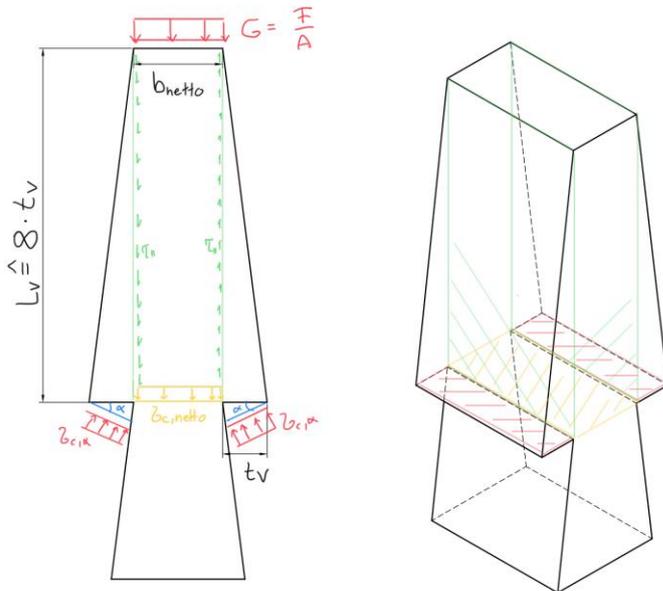


Abb.- 6-2 Modell für die Berechnung der maximalen Bruchlast⁹

Zu erkennen ist, dass die höchste rechnerische Bruchlast bei einer Zahntiefe t_v von 3,0 cm und einem Winkel α gleich 0° und 5° erreicht wird (dunkel blauer und orangener Graph). Diese beträgt 151,3 kN. Die Graphen der Winkel 0° bis 10° erreichen die höchsten Bruchlasten (dunkel blauer, grüner und orangener Graph). Für eine Zahntiefe t_v von 2,0 cm und Winkel α von 5° beträgt die rechnerische Bruchlast 107,9 kN. Die Graphen erreichen einen Peak, wenn die Druckspannungen im Nettoquerschnitt maßgebend werden. Das bedeutet, dass bei größeren Rohquerschnitten größere Zahntiefen realisiert werden könnten.

Anhand der Parameterstudie werden folgende Bereiche für die Größe der Zahntiefe t_v und des Lasteinleitungswinkels α empfohlen:

- $2,0 \text{ cm} \leq t_v \leq 3,0 \text{ cm}$
- $0^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$

Anhand dieser Empfehlung wurden sechs Zahngeometrien gewählt, die numerisch und experimentell untersucht wurden. Die rechnerischen Bruchlasten für die Prüfkörper nach den Berechnungen der Parameterstudie sind in Tabelle 6-2 eingetragen.

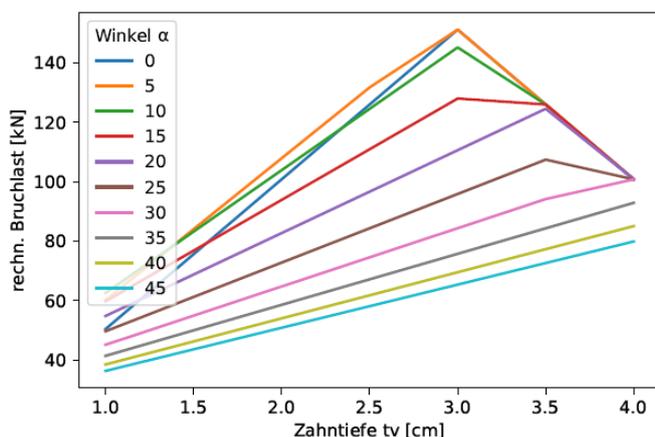


Abb.- 6-3 Einfluss von t_v und α auf die Tragfähigkeit eines Zahnpaars⁹

Tabelle 6-2 Rechnerische Bruchlast der gewählten Prüfkörpergeometrien

t_v [mm]	l_v [mm]	α [°]	rechn. F_{max} [kN]
20	160	7,2	107,25
20	200	5,7	107,91
20	240	4,8	107,48
25	200	7,2	129,84
25	240	6,0	131,18
30	240	7,2	152,44

Abschließend wird angemerkt, dass die Parameterstudie nur die Schubtragfähigkeit eines Zahnpaars betrachtet. Eine Belastung des Zahnbalkens aus Biegung und die Wirkung mehrerer Zähne hintereinander in Reihe geschaltet wird dabei nicht berücksichtigt.

6.1.3. Überschlägige Berechnung des Verschiebungsmoduls mit Literaturangaben

Mit den rechnerisch ermittelten Bruchlasten aus der Parameterstudie kann der Verschiebungsmodul K_{ser} für die verschiedenen Zahntiefen und Zahnängen mit den Verschiebungswerten von Holz-Holz-Verbindungen nach Möhler¹⁴ abgeschätzt werden. Holzer¹⁵, verwendet diesen Ansatz, um den Verschiebungsmodul, den Rug u. a.¹ ermittelt haben, überschlägig nachzurechnen. Möhler¹⁴ gibt Verschiebungswerte für Versätze oder andere Kontaktanschlüsse und faserparallele Passstöße an. Diese Annahmen beruhen darauf, dass die Verschiebungen aus Fertigungsungenauigkeiten resultieren und daher nach Möhler¹⁴ zum Großteil lastunabhängig sind. Für Versätze und andere Kontaktanschlüsse schräg oder rechtwinklig zur Faser beträgt der Verschiebungswert nach Möhler¹⁴ $u_v=1,5$ mm.

In Tabelle 6-3 ist K_{ser} überschlägig für die Zahntiefen $t_v = 20$ mm, 25 mm und 30 mm berechnet. Verglichen mit den experimentellen Ergebnissen von Rug u. a.¹ 2012 sind die in Tabelle 6-3 geschätzten Werte für K_{ser} eine gute Näherung.

Rug u. a.¹ ermitteln für eine Zahntiefe von 18 mm einen mittleren K_{ser} von 29.333,33 N/mm mit einem Minimalwert von 27.019,33 N/mm und einem Maximalwert von 32.447,33 N/mm. Der überschlägig ermittelte K_{ser} aus Tabelle 6-3 beträgt ca. 28.700 N/mm und liegt somit in dem Bereich der experimentellen Ergebnisse von Rug u. a.¹. Für eine Zahntiefe von 36 mm haben Rug u. a.¹ einen mittleren K_{ser} von 35.716,30 N/mm ermittelt. Die Versuchsergebnisse liegen in einem Bereich zwischen 33.591,66 N/mm und 39.580,08 N/mm. Der in Tabelle 6-3 geschätzte Wert liegt mit 40.650,67 N/mm etwas außerhalb des Bereichs. Das kann zum einen durch die immer gleichbleibende Verschiebung u_v erklärt werden, da sich diese bei höheren Lasten vergrößern sollte. Zum anderen muss betont werden, dass der überschlägige Verschiebungswert von Möhler¹⁴ allgemein für Versätze und Kontaktstöße angegeben wurde und nicht explizit für diese Verbindungsart. Außerdem ist der Verschiebungswert nach Möhler¹⁴ nicht normativ in der EN 1995-1-1 verankert.

Auf Grund der Unsicherheiten, auf denen dieser analytische Ansatz beruht, kann der in Tabelle 6-3 ermittelte K_{ser} nicht ohne Verifizierung durch Experimente genutzt werden, um eine Aussage zur optimalen Zahngeometrie zu treffen.

¹⁴ (Möhler, 1986)

¹⁵ (Holzer, 2015)

In einem folgenden Kapitel werden diese Ergebnisse mit den Ergebnissen aus der numerischen Simulation und den Versuchsergebnissen verglichen.

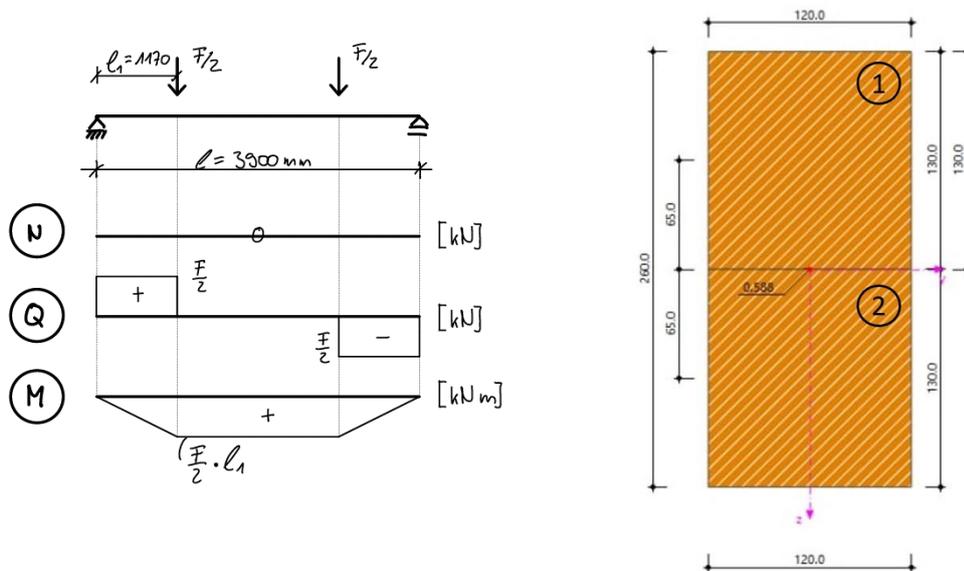
Tabelle 6-3 Übersichtliche Ermittlung des Verschiebungsmoduls mit der rechnerischen Bruchlast

t_v [mm]	l_v [mm]	α [°]	rechn. F_{max} [kN]	u_v [mm]	rechn. K_{ser} [N/mm]
20	160	7,2	107,25	1,5	28.600
20	200	5,7	107,91	1,5	28.776
20	240	4,8	107,48	1,5	28.661
25	200	7,2	129,84	1,5	34.624
25	240	6,0	131,18	1,5	34.981
30	240	7,2	152,44	1,5	40.650

6.1.4. Ermittlung der Biegetragfähigkeit eines nachgiebig zusammengesetzten Trägers

Nachgiebig verbundene Biegebalken können nach EN 1995-1-1 Anhang B bemessen werden. Dieses Rechenverfahren beruht auf den Annahmen, dass es sich bei dem statischen System um einen Einfeldträger handelt, die einzelnen Querschnittsteile in der Länge ungestoßen oder als geklebte Stöße ausgeführt sind, der Abstand der Verbindungsmittel konstant oder entsprechend der Querkraftlinie abgestuft ist und dass die Belastung in Z-Richtung wirkt, welche einen sinusförmigen oder parabolisch veränderlichen Momentenverlauf erzeugt.

Um einen Vergleichswert für die Momenten- und Querkrafttragfähigkeit für die 4-Punkt-Biegeversuche zu bekommen, wird in diesem Abschnitt die Bruchlast der Prüfkörper bestimmt. Der Querschnitt, für welchen die Berechnungen durchgeführt werden, ist in Abb.-6-4 (b) dargestellt.



[mm, -]

(a) Statisches System, Schnittgrößenverläufe

(b) Querschnittsabmessungen

Abb.- 6-4 Statisches System und Querschnittsabmessungen in mm zur Berechnung der wirksamen Biegesteifigkeit⁹

Die Balkenlagen des Zahnbalkens werden nachgiebig über die Zähne miteinander verbunden. Das bedeutet, dass die Biegesteifigkeit des vollen Querschnitts abgemindert werden muss. Mit der wirksamen Biegesteifigkeit können die maximale Verformung, die maximale Biegetragfähigkeit und die daraus resultierende Belastung auf die Verbindungsmittel bestimmt werden. Nach EN 1995-1-1 Gleichung (B.1) berechnet sich diese wirksame Biegesteifigkeit wie folgt:

$$(EI)_{ef} = \sum_{i=1}^3 E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2 \quad (6.2)$$

Für den Querschnitt, welcher in Abb.- 6-4 dargestellt ist, vereinfacht sich diese Gleichung auf Grund von $E = E_1 = E_2$, $A_1 = A_2$ und $I_1 = I_2$ zu:

$$(EI)_{ef} = E \cdot (2I_1 + A_1 \cdot (\gamma_1 a_1^2 + \gamma_2 a_2^2)) \quad (6.3)$$

Mit:

$(EI)_{ef}$ Effektive Biegesteifigkeit bezogen auf die y-Achse

l Stützweite des Biegebalkens

I_i Trägheitsmoment I_y des einzelnen Teilquerschnitts: $I_i = \frac{b_i \cdot h_i^3}{12}$

A_i Querschnittsfläche des einzelnen Teilquerschnitts: $A_i = b_i \cdot h_i$

h_i Höhe des einzelnen Teilquerschnitts

b_i Breite des einzelnen Teilquerschnitts

a_i Abstand des Schwerpunktes der Teilfläche A_i von der Trägheitsachse des Gesamtquerschnittes

γ_i Nachgiebigkeitsfaktor, mit dem der Steineranteil $A_i \cdot a_i^2$ des jeweiligen Teilquerschnitts abgemindert wird, $0 \leq \gamma_i \leq 1$

s_i Abstand der Verbindungsmittel

K_i Verschiebungsmodul, mit $K_i = \frac{2}{3} K_{ser}$ im GZT und mit $K_i = K_{ser,i}$ im GZG.

Die Nachgiebigkeitsfaktoren berechnen sich nach EN 1995-1-1 Gleichung (B.4) und (B.5) wie folgt:

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \pi^2 \frac{E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot l^2}} ; \gamma_2 = 1 \quad (6.4)$$

Der Abstand a_2 des Schwerpunktes von Teilquerschnitt 2 berechnet sich nach EN 1995-1-1 Gleichung (B.6) zu:

$$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 (h_1 + h_2) - \gamma_3 E_3 A_3 (h_2 + h_3)}{2 \sum_{i=1}^3 \gamma_i E_i A_i} \quad (6.5)$$

Da der Querschnitt aus Abb.- 6-4 (b) nur aus zwei Querschnittsteilen besteht, gilt $A_3 = 0$. Somit vereinfacht sich die vorherige Formel zu:

$$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 (h_1 + h_2)}{2 E A_1 (\gamma_1 + \gamma_2)} = \frac{\gamma_1 (h_1 + h_2)}{2 (\gamma_1 + \gamma_2)} \quad (6.6)$$

a_1 berechnet sich zu:

$$a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 \quad (6.7)$$

Mit diesen Formeln ergibt sich für das statische System und den Querschnitt in Abb.- 6-4 eine effektive Biegesteifigkeit von:

$$(EI)_{ef} = 1,56 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Mit:

$$\gamma_1 = 0,588$$

$$a_2 = 48,14 \text{ mm}$$

$$a_1 = 81,86 \text{ mm}$$

Im Vergleich dazu hat ein Querschnitt mit denselben Maßen und vollem Verbund eine Biegesteifigkeit $(EI)_{voll} = 1,93 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$. Die Biegesteifigkeit des Zahn balkens aus Abb.- 6-4 ist somit um 19 % geringer als die eines äquivalenten Querschnittes mit vollen Verbund. Im Gegensatz dazu beträgt die Tragfähigkeit von zwei lose aufeinander gelegten Querschnitten nur 25 % der eines Querschnittes mit vollem Verbund.

Die maximalen Normalspannungen berechnen sich nach EN 1995-1-1 Gleichung (B.7) und (B.8) zu:

$$\sigma_{\max,i} = \sigma_i + \sigma_{m,i} \quad \text{mit: } \sigma_i = \frac{\gamma_i E_i a_i M}{(EI)_{ef}} \quad \text{und: } \sigma_{m,i} = \frac{0,5 E_i h_i M}{(EI)_{ef}} \quad (6.8)$$

Mit:

$\sigma_{\max,i}$ Maximale Normalspannung σ_y des jeweiligen Teilquerschnittes

σ_i Normalspannung σ_y im Schwerpunkt des jeweiligen Teilquerschnittes

σ_i Spannungsdifferenz von σ_i zu $\sigma_{\max,i}$ des jeweiligen Teilquerschnittes

Mit dem Rechenverfahren nach EN 1995-1-1 Anhang B ergibt sich eine maximale, charakteristische Belastung $F_{\max} = 51,3 \text{ kN}$ mit den zugehörigen charakteristischen Normalspannungen, die in Abb.- 6-5 gezeigt werden.

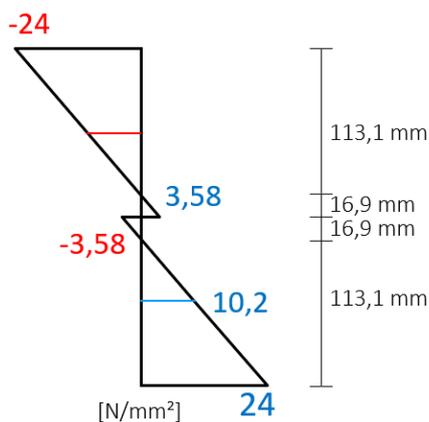


Abb.- 6-5 Spannungsverlauf σ_y nach dem Rechenverfahren der EN 1995-1-1 Anhang B⁹ (blau: Zug; rot: Druck)

Die Beanspruchung der Zähne F_i kann nach EN 1995-1-1 Anhang B Gleichung (B.10) ermittelt werden, mit:

$$F_i = \frac{\gamma_i E_i A_i a_i s_i}{(EI)_{ef}} \cdot V \quad (6.9)$$

Die Zähne können anhand der Beanspruchung F_i über den Ansatz: $\tau_{\parallel,d} = \frac{F_i}{l_v \cdot b} \leq f_{v,d}$ mit $l_v \leq 8 \cdot t_v$ nachgewiesen werden. Die Belastung $F_{\max,k} = 51,3$ kN führt zu einer Beanspruchung der Zähne $F_i = 33,7$ kN und $\tau_{\parallel,k} = 1,75$ N/mm². Zusammenfassend ergibt das Rechenverfahren der EN 1995-1-1 Anhang B eine charakteristische Maximallast $F_{\max,k} = 51,3$ kN, welche den 4-Punkt-Biegeversuchen in Kapitel 6.6 als Vergleichswert dient.

6.2. Numerische Untersuchungen von Schubverbindungen

Mit Hilfe der numerischen Simulation wurden die Prüfkörper vor den Versuchen untersucht. Dabei war das Ziel zum einen die Validierung der Handrechnungen und zum anderen die Visualisierung der Spannungsverläufe. Bei der Schubverbindung wurde die numerische Simulation zudem dazu verwendet eine Prüfkörpergeometrie zu entwickeln, und den Verschiebungsmodul K_{ser} vorab numerisch zu bestimmen, um den Einfluss der Zahntiefe und der Zahnlänge vorherzusagen. Die numerische Simulation wurde mit dem Finite-Element-Programm *ANSYS Workbench 2021 R2* durchgeführt.

In der Simulation wird nichtlineares Materialverhalten nicht berücksichtigt, da es für die Fragestellung dieser Arbeit nicht relevant ist. Holz verhält sich in Kurzzeitversuchen bis zu einer bestimmten Belastungsgrenze elastisch. Nur auf Druckbeanspruchung stellen sich ausgeprägte plastische Verformungen ein. Mackenzie-Helnwein u. a.¹⁶, Fleischmann¹⁷ und Claus¹⁸ haben je einen Ansatz für elasto-plastisches Materialverhalten mit unterschiedlichen Bruchkriterien oder zusätzlicher Implementierung von Holzfehlern aufbauend auf Tsai und Wu¹⁹ entwickelt. Diese sind jedoch aufwendig zu implementieren. Der Mehraufwand ist unverhältnismäßig zur daraus resultierenden Steigerung der Genauigkeit der Ergebnisse.

6.2.1. Entwicklung eines numerischen Modells in Ansys

Bei der numerischen Simulation wurde ein komplexes, physikalisches Problem über eine numerische Näherung mit hinreichender Genauigkeit gelöst. In dieser Arbeit stellte das physikalische Problem die Ermittlung von Verformungen und Spannungen eines statischen Systems für einen Zeitpunkt bei konstanter Temperatur und Luftfeuchtigkeit dar. Dafür wurde in dieser Arbeit die Finite-Element-Methode (FEM) verwendet. Der Grundansatz der FEM war es, dieses statische System in finite Elemente zu zerlegen und über die Lösung der einzelnen Elemente die Lösung des Gesamtsystems zu bestimmen. Für diese Elemente wurden Ansatzfunktionen ermittelt, die das physikalische Problem in den Elementengrenzen beschreiben²⁰. Die finiten Elemente sind über Knoten miteinander verbunden. Alle Elemente und Knoten zusammen bilden das numerische Netz. An den Knoten sind die Verschiebungen der Elemente gleich. Durch diese Verbindung konnte für jeden Knoten ein Gleichungssystem mit den Verschiebungen in die drei Koordinatenrichtungen als unbekannte Variablen nach folgendem Grundsatz erstellt werden²¹:

$$[\text{Steifigkeit } K] \times [\text{Verschiebung } u] = [\text{Kraft } F]$$

¹⁶ (Mackenzie-Helnwein, 2005)

¹⁷ (Fleischmann, 2005)

¹⁸ (Claus, 2021)

¹⁹ (Tsai, 1971)

²⁰ (Klein, 2015)

²¹ (Gebhardt, 2018)

Iterative oder direkte Gleichungslöser können das Gleichungssystem lösen, sodass am Ende die Verschiebungen für jeden Knoten bekannt sind. Aus diesen können mit Hilfe eines Materialgesetzes die Dehnungen, Spannungen und Reaktionskräfte für jeden Kontaktpunkt zurückgerechnet werden²¹.

Das Ergebnis der numerischen Simulation bildet, wie in diesem Abschnitt einleitend erwähnt, nur eine Näherung. Zur Reduzierung der Rechenzeit sollte das numerische Modell so einfach wie möglich gehalten werden, um eine gewünschte Genauigkeit zu erzielen. Dabei muss der Fehler abgeschätzt werden, der durch gewählte Vereinfachungen entsteht. Fehler entstehen z.B. durch falsche Idealisierung des Systems, falsche Annahmen der Randbedingungen, zu große Elementgrößen (Netzgröße), Rundungsfehler und die Fehlerfortpflanzung durch Rückrechnung der gesuchten Schnittgrößen aus den primären Größen²⁰.

Im Folgenden wird mit diesem Hintergrund zunächst ein Materialmodell gewählt und in den Recheneinstellungen die Wahl der Geometrie, Rand- und Nebenbedingen sowie die Netzeinstellungen aufgezeigt. Das dabei entwickelte numerische Modell wird im Anschluss mit einer Diskretisierungsstudie und einer Sensitivitätsanalyse überprüft.

6.2.2. Materialmodell

Zur numerischen Simulation gewählter Holzverbindungen und möglicher Prüfkörpergeometrien für Versuche in Kapitel 6 wurde vereinfachend ein linear-elastisches, orthotropes Material angenommen. Da nach Neuhaus²², nicht davon ausgegangen werden konnte, dass die Jahrringe in Bauhölzern (und auch in den Prüfkörpern) Kantenparallel verlaufen, wurde die tangentielle (T) und radiale Richtung (R) in der numerischen Simulation nicht gesondert betrachtet. Deshalb wurde für die R- und T-Achse und für die LR - und LT - Ebene in Tabelle 6-4 und Tabelle 6-5 jeweils derselbe Wert gewählt.

Abb.- 6-6 stellt die Materialachsen bezogen zur Faserrichtung dar. Anhand dieser wurden die werkstoffabhängigen Materialparameter und Festigkeiten in Tabelle 6-4 und Tabelle 6-5 angegeben auf das numerische Modell übertragen, welches in Y-, X und Z-Koordinaten arbeitet.

In Tabelle 6-4 sind die werkstoffabhängigen Materialparameter für Fichtenholz angegeben, welche für die numerische Simulation verwendet wurden. Diese orientierten sich an Neuhaus²². Neuhaus²² gibt unabhängige Kennzahlen für die longitudinale, radiale und tangentielle Richtung an. Im Folgenden werden die drei unabhängigen Werte auf Kennzahlen in Faserlängsrichtung und quer zur Faser reduziert.

Für die E-Moduln quer zur Faser (E_T und E_R) wurde auf der sicheren Seite liegend der niedrigere Wert (E_T) aus Neuhaus²² gewählt. Beim Schubmodul wurde für G_{LR} und G_{LT} der Wert von G_{LT} gewählt, da dieser näher an den Werten lag, die andere Forschungsgruppen verwendet haben (Tabelle 6-5). Für die Poissonzahlen ν_{LR} und ν_{LT} wurde der Mittelwert aus beiden gewählt.

²² (Neuhaus, 2017)

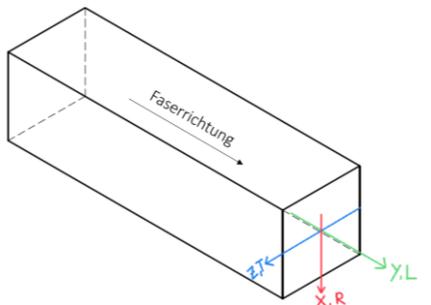


Abb.- 6-6 Materialachsen und Achsen des numerischen Modells im Vergleich⁹ (L = Longitudinal; R = Radial; T = Tangential)

Tabelle 6-4 Werkstoffabhängige Materialparameter für die numerische Simulation angelehnt an Neuhaus 2017, S.32, für eine Holzfeuchte $\omega \approx 12\%$

	E_L [N/mm ²]	$E_R = E_T$ [N/mm ²]	$G_{LR} = G_{LT}$ [N/mm ²]	G_{RT} [N/mm ²]	$\nu_{LR} = \nu_{LT}$ [-]	ν_{RT} [-]
Fichte	10.000	450	650	40	0,03	0,6

In Tabelle 6-5 sind die charakteristischen Festigkeiten der Festigkeitsklasse C24 der EN 338 als orthotrope Spannungsgrenzen, welche für die numerische Simulation verwendet wurden, angegeben. Die verwendeten, werkstoffabhängigen Materialparameter wurden in Tabelle 6-6 mit Materialparametern verglichen, die ebenfalls für eine numerische Simulation von Holz-Holz-Verbindungen aus Fichtenholz mit einer Holzfeuchte $\omega \approx 12\%$ verwendet wurden. Dabei fällt auf, dass die Materialparameter nicht einheitlich gewählt wurden.

Tabelle 6-5 Charakteristische Festigkeiten der DIN EN 338 als orthotrope Spannungsgrenzen für die numerische Simulation

	Zugspannungen N/mm ²		Druckspannungen [N/mm ²]		Schubspannungen [N/mm ²]	
	$f_{t,L}$	$f_{t,R} = f_{t,T}$	$f_{c,L}$	$f_{c,R} = f_{c,T}$	$f_{v,L}$	$f_{v,R} = f_{v,T}$
C24	14	0,4	21	2,5	4	0,4

Beim E-Modul kann das daran liegen, dass teilweise Holzfehler in der Simulation berücksichtigt werden und somit für den E-Modul fehlerfreies Fichtenholz angesetzt wurde und sonst der E-Modul nach EN 338 entsprechende der Festigkeitsklasse von C24 gewählt wurde. Beim Schubmodul ist die Abweichung nicht groß. Für die Poissonzahlen wurden sehr unterschiedliche Ansätze verwendet. Hier besteht das Problem, dass es insgesamt sechs unabhängige Werte gibt, die auf zwei Werte verringert werden müssen. Der in der Literatur am häufigsten verwendete Ansatz von Schmidt und Kaliske²³ ist mit *ANSYS Workbench 2021 R2* nicht umsetzbar, da die Poissonzahlen zu groß sind. Zusätzlich sind in Tabelle 6-6 die Materialgrößen für C24 nach EN 1995-1-1 angegeben.

²³ (Schmidt, 2006)

Tabelle 6-6 Vergleich gewählter Materialparameter für die numerische Simulation von Fichtenholz für eine Holzfeuchte von $\omega \approx 12\%$

	E_L [N/mm ²]	E_R	E_T	G_{LR} [N/mm ²]	G_{LT}	G_{RT}	ν_{LR} [-]	ν_{LT}	ν_{RT}
Schmidt und Kaliske ²³	13.200	820	430	660	730	40	0,45	0,45	0,24
Claus ¹⁸	11.000	630	370	690	690	40	0,45	0,45	0,24
Koch, Eisenhur und Seim ²⁴	13.200	600	600	700	700	40	0,45	0,45	0,24
Mackenzie-Helnwein ¹⁶	13.000	700	500	632	470	222	0,5	0,013	0,38
Obara ²⁵	10.820	840	470	660	690	30	0,02	0,04	0,44
Malesza ²⁶	12.000	800		686	670	34		0,28	
Fleischmann ¹⁷	13.000	560		520			0,5		
EN 1995-1-1	11.000	370	370	690	690	690			

6.2.3. Modellbildung

In diesem Abschnitt werden die zur Simulation gewählten Einstellungen beschrieben. Zur Modellbildung werden in diesem Abschnitt die Geometrie, Rand- und Nebenbedingungen und die Netzeinstellungen gezählt.

Geometrie

Die Geometrien hatten gemeinsam, dass sie jeweils aus mehreren Körpern bestanden, die formschlüssig ohne weitere Hilfsmittel verbunden waren. Die einzelnen Körper sind in einer anderen Farbe dargestellt, damit die Übergänge sichtbar werden. Jedem dieser Körper wurde das in entwickelte Materialmodell zugewiesen. Für die Schubkörper wurden für die Lagerbedingungen zusätzlich noch Hilfskörper angelegt, denen das linearelastische Standardmaterial von ANSYS „Stahl“ zugeordnet wurde.

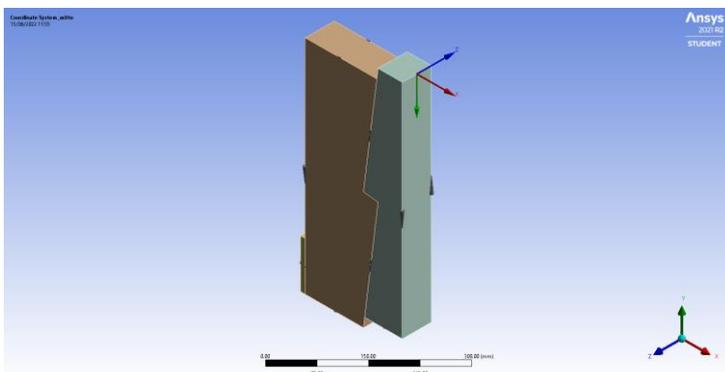


Abb.- 6-7 Lokales Koordinatensystem exemplarisch gezeigt an Prüfkörpertyp 6 für die numerische Ermittlung von K_{ser}^9

Bei den Körpereigenschaften unter dem Punkt Geometrie in ANSYS wurde für alle Körper das Steifigkeitsverhalten „flexibel“ gewählt, um Verformungen der Körper zuzulassen. Zudem wird in diesem Menüpunkt auch festgelegt, ob nichtlineare Materialeffekte mitberücksichtigt werden sollten. Hier wurde zunächst für alle Simulationen „keine nichtlinearen Effekte berücksichtigen“ eingestellt.

²⁴ (Koch, 2013)

²⁵ (Obara, 2018)

²⁶ (Malesza, 2017)

Zur Berechnung der Verschiebungen für die Ermittlung des Verschiebungsmodul K_{ser} wurde für die numerische Simulation in ein lokales Koordinatensystem (Abb.- 6-7) eingeführt, welches mittig bei der Lasteinleitung platziert wurde, sodass die Verschiebungen in Belastungsrichtung positiv waren und und später die Lagerbedingungen anhand der berechneten Verformungen kontrolliert wurden. Zusätzlich wurde bei den Schubkörpern die Symmetrie ausgenutzt, um die Rechenzeit zu verringern.

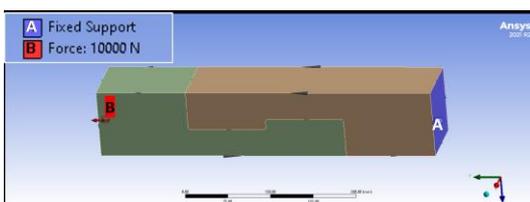
Randbedingungen

Zu den Randbedingungen zählten Lagerbedingungen und Belastungen. Für die verschiedenen Simulationen wurden die Randbedingungen entsprechend der jeweiligen Fragestellung gewählt.

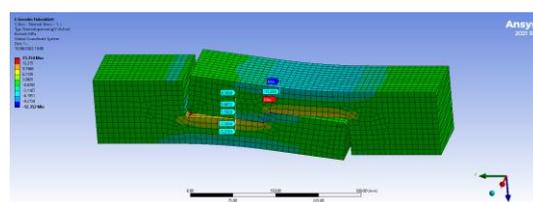
Für die numerische Simulation der Zugverbindungen wurde das eine Ende der Verbindung eingespannt und am anderen Ende mit einer Einzellast belastet (Abb.- 6-8 (a)). Die beiden Körper der Verbindung stellten einen Ausschnitt eines Balkens dar, welcher in beide Richtungen weiterverläuft. Mit Hilfe der Ergebnisse wurde geprüft, ob die Einspannung und die gewählte Belastung die tatsächlichen Spannungs- und Dehnungsverläufe der Verbindung beeinflussten. Da sich die Spannungen (Abb.- 6-8 (b)) bei ausreichender Entfernung zum Verbindungsbereich einem konstanten Wert annäherten, beeinflussten die gewählten Randbedingungen die Ergebnisse nicht und die vereinfacht gewählten Randbedingungen waren ausreichend.

Bei der numerischen Ermittlung von K_{ser} der Schubverbindung wurde die Geometrie zum einen über die vertikale Fläche der Hilfsgeometrie seitlich in X-Richtung und zum anderen in vertikale Richtung unterhalb des Seitenteils unverschieblich gehalten.

Abb.- 6-9 (a) zeigt mit Pfeil B die vertikale und mit Pfeil C die horizontale Lagerung. Das Mittelstück wurde mit einer konstanten Spannung belastet (Abb.- 6-9 (a) roter Pfeil A). Das Mittelstück wurde nur indirekt über die Seitenteile gelagert. In Abb.- 6-9 (b) ist der zugehörige Normalspannungsverlauf gezeigt. Es ist zu erkennen, dass keine Zwang Spannungen aus den Randbedingungen entstanden, die die maßgebenden Ergebnisse im Bereich der Zähne beeinflussen.

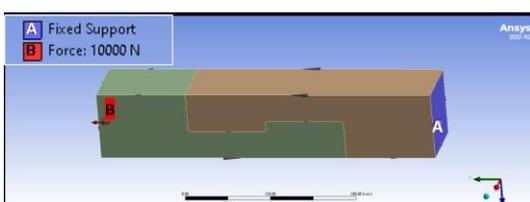


(a) Randbedingungen

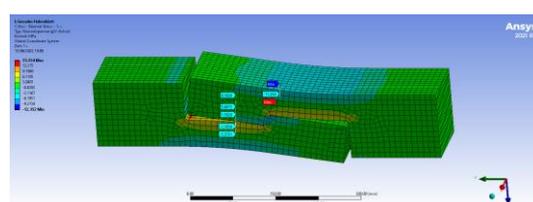


(b) Normalspannungen

Abb.- 6-8 Randbedingungen Zugverbindung mit Spannungsverlauf zur Verifizierung der RB⁹



(a) Randbedingungen



(b) Normalspannungen

Abb.- 6-9 Randbedingungen Schubverbindung mit Spannungsverlauf zur Verifizierung der RB⁹

Nebenbedingungen

Kontaktbedingungen sind im mathematischen Sinne Nebenbedingungen, denn sie geben an der Kontaktfläche der einzelnen Körper Verschiebungs- und Kraftgrößen vor. Mit der Penalty-Formulierung oder mit Lagrange-Multiplikatoren können die Nebenbedingungen in das Gleichungssystem eingearbeitet werden²⁰.

Als Rechenalgorithmus wurde nach Gebhardt²¹ die Basiseinstellung beibehalten, da diese für alle Problemstellungen verwendbar war und eine geringe Rechenzeit benötigte. Für eine höhere Genauigkeit könnte alternativ der Augmented-Lagrange Algorithmus verwendet werden²¹.

In den Kontaktbedingungen konnte das Verhalten Kontaktflächen zueinander eingestellt werden. Für diese Anwendung der formschlüssigen Verbindung wurde der Kontakttyp „Reibungsbehaftet“ gewählt. Dies stellt einen abhebenden Kontakt dar, bei welchem der Reibungsbeiwert μ eingestellt werden konnte. Die Gleitreibung von Holz auf Holz beträgt $\mu = 0,49$. Mit diesem Wert hatte die Ergebnisse jedoch keine Konvergenz erreicht. Deshalb wurde auf der sicheren Seite liegend die Reibung vernachlässigt und der Reibungsbeiwert zu $\mu = 0,0$ gesetzt.

Netzeinstellungen

Wie einleitend erwähnt, wird bei der FEM ein Körper in finite Elemente unterteilt. Anhand von ihnen wird das physikalische Problem gelöst. Je kleiner diese Elemente, desto genauer wird das Ergebnis. Allerdings wird die Rechenzeit umso höher. Für ein optimales Ergebnis sollte deshalb das Netz nur in den relevanten Bereichen verfeinert werden.

Deshalb wurde die Vernetzung manuell eingestellt. Die Elementgröße wurde so gewählt, dass die maßgebenden Bereiche der Geometrie möglichst in acht Elemente unterteilt wurden. Die maßgebenden Bereiche befanden sich um die Kontaktflächen, in denen Kräfte übertragen wurden, oder an denen die Spannungen maßgebend wurden. Die Netzgröße bei der Modellierung der Zugverbindung betrug 2 mm. Die Netzgröße bei den Schubverbindungen variierte auf Grund der unterschiedlichen Zahntiefen zwischen 2,5 mm und 4,0 mm.

Als Elementtyp wurde eine Rechteckform gewählt, da diese nach Klein²⁰ schneller konvergieren und die Rechenzeit kürzer ist als bei dreieckigen Elementen. ANSYS wählt automatisch entweder eine Hexaedervernetzung (rechteckige Elemente) für prismatische Körper oder eine Tetraedervernetzung (dreieckige Elemente) für komplexe Körper²¹. Um das zu umgehen, wurde als Vernetzungsmethode die Sweep-Methode gewählt, welche hauptsächlich viereckige Elemente erstellt und entstehende Lücken mit dreieckigen Elementen ausfüllt. Abschließend wurde eine quadratische Element-Ansatzfunktion gewählt. Die Vernetzungsqualität konnte visuell anhand der Stetigkeit der Spannungsverläufe an den Elementgrenzen verifiziert werden²¹.

6.2.4. Verifizierung der Modelle

In diesem Abschnitt wird untersucht wie groß der Fehler der numerischen Modelle war, um in den nachfolgenden Abschnitten die Unsicherheit der numerischen Simulation berücksichtigen zu können. Es wurde in bis zu vier Stufen geprüft, wie genau die Ergebnisse sind. Wenn in den ersten beiden Stufen ausreichend genaue Ergebnisse festgestellt werden, müssen die Stufen drei und vier nicht durchgeführt werden.

Die vier Stufen lauten:

1. Vergleich mit der Handrechnung

Beim Vergleich mit der Handrechnung werden die Ergebnisse aus dem Kapitel 3 mit den Ergebnissen der numerischen Simulation verglichen.

2. Ingenieurmäßige Betrachtung der Ergebnisse

Hierbei werden die Ergebnisse auf Plausibilität geprüft und die optische Qualität der Spannungsverläufe bewertet. Dabei sind unstetige Verläufe ein Indiz für eine unzureichende Netzfeinheit.

3. Diskretisierungsstudie

Mit unterschiedlichen Netzeinstellungen wird hierbei untersucht, ob die Ergebnisse konvergieren.

4. Sensitivitätsanalyse

Hierbei wird untersucht welchen Einfluss Änderung der Materialeigenschaften oder anderen Modelleinstellungen auf das Ergebnis haben.

Die numerischen Ergebnisse der Zugverbindungen stimmten mit den Handrechnungen sehr gut überein. Auch ist der Normalspannungsverlauf war sehr kontinuierlich. Deshalb war es nicht nötig, eine Diskretisierungs- oder Sensitivitätsstudie durchzuführen. Die Ergebnisse sind ausreichend genau.

Die numerische Ermittlung des Verschiebungsmoduls K_{ser} ist schwieriger. Als Modell wurde dieselbe Geometrie gewählt, die auch als Prüfkörpergeometrie in den Versuchen verwendet wurde. Die Normalspannungen an der Druckkontaktfläche stimmten nur noch ungefähr mit den Handrechnungen überein. Die Abweichung von σ_y betrug 1,65 % zur Handrechnung (Tabelle 6-8). Auch der Spannungsverlauf war an der maßgebenden Stelle, der Druckkontaktfläche, nicht linear, wie er sein sollte, sondern diskontinuierlich (Abb.- 6-10).

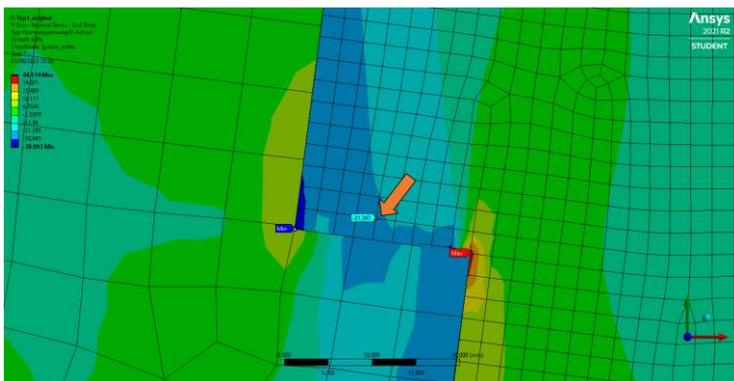


Abb.- 6-10 Normalspannungsverlauf im Bereich der Druckkontaktfläche. Der orangene Pfeil kennzeichnet die Stelle, an denen die Normalspannungen abgelesen werden⁹

Tabelle 6-7 Diskretisierungsstudie. Vergleich der Verschiebung v_{04} bei $0,4 \cdot F_{est}$ und der Spannung σ_y bei F_{est} für verschiedene Elementgrößen des numerischen Netzes. Die Abweichung bezieht sich jeweils auf das Ergebnis der vorherigen Elementgröße.

Nr.	Elementgröße [mm]	v_{04} [mm]	Differenz [mm]	Abweichung	K_{ser} [N/mm]	σ_y [N/mm ²]	Differenz [N/mm ²]	Abweichung	Rechenzeit
1	10	0,39818			101260,74	-23,459			37s
2	5	0,45913	0,06095	13,28%	87818,26	-21,669	1,790	8,26%	1min 3s
3	4	0,43615	0,02298	5,27%	92445,26	-21,447	0,222	1,04%	1min 32s
4	2,5	0,41333	0,02282	5,52%	97549,17	-21,347	0,100	0,47%	23min 9s

Deshalb wurde eine Diskretisierungsstudie beispielhaft an Prüfkörpertyp 1 durchgeführt (Tabelle 6-7). Dafür wurden die Verschiebung und die Spannung vier verschiedener Elementgrößen verglichen. Die Abweichung bezog sich jeweils auf die vorherige Elementgröße. Zur Ermittlung von K_{ser} ist die Verformung v_{04} bei $0,4 \cdot F_{est}$ relevant. Diese wird in der Mitte des Querschnitts auf Höhe der beiden Zähne abgelesen. Dabei betrug v_{04} weniger als 1 mm und war somit sehr gering. Selbst bei einer geringen Differenz von 0,02 mm zum vorherigen Ergebnis blieb die prozentuale Abweichung bei 5% im letzten Verfeinerungsschritt. Dies hatte direkten Einfluss auf K_{ser} . Die Normalspannungen σ_y konvergierten dagegen sehr gut. Die Abweichung des letzten Verfeinerungsschrittes war kleiner als 1 %. Abschließend wurde die Rechenzeit gegenübergestellt. Die Rechenzeit bei einer Elementgröße von 2,5 mm zeigt an, dass eine kleinere Elementgröße nicht mehr sinnvoll wäre, da dass die Rechenzeit zu sehr erhöhen würde.

Im nächsten Schritt wurde eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt (Tabelle 6-8). Dabei wurden sieben verschiedene Einstellungen miteinander verglichen. Die Abweichung der Ergebnisse von Nr. 2 bis Nr. 7 bezog sich dabei auf die Ergebnisse von Nr. 1, welche die Einstellung ist, die zuvor beschrieben wurde und welche zur Ermittlung von K_{ser} verwendet wurde. Zusätzlich ist bei Nr. 1 die Abweichung der Normalspannung σ_y zur Handrechnung angegeben. Die Einstellungen Nr. 2 bis Nr. 7 sind aufsteigend nach ihrem Einfluss auf die Verschiebung sortiert.

Anhand der Materialänderung zu den Materialkennwerten von C24 nach EN 1995-1-1 wurde der Einfluss des Materials untersucht, da in der Literatur unterschiedliche Kennwerte verwendet wurden. Nach der Sensitivstudie hatte die Änderung der Materialkennwerte in dieser Größenordnung keinen Einfluss. Auch die Berücksichtigung von nicht-linearem Materialverhalten hatte keinen Einfluss. Wird als Reibungskoeffizient $\mu=0,4$ gesetzt, hatte dies in den Ergebnissen kaum einen Einfluss, jedoch erhöhte sich die Rechenzeit. Wurde anstatt einer quadratischen eine lineare Elementansatzfunktion gewählt, hatte das auf v_{04} und K_{ser} wenig Einfluss, jedoch erhöhte sich die prozentuale Abweichung der Normalspannung. Der Vorteil der linearen Elementansatzfunktion ist die kurze Rechenzeit. Im sechsten Schritt wurde ein isotropes Material mit der Steifigkeitsmatrix nach Neuhaus²² definiert. Hier sind die E-Moduln, Schubmoduln und die Poissonzahlen in alle drei Richtungen unabhängig voneinander.

6.3.1. Betrachtung möglicher Prüfkörpergeometrien für die experimentelle Ermittlung von K_{ser}

Die erste Variante entspricht der Prüfkörpergeometrie der Versuche von Rug u. a.¹ mit einem verkürzten Zahn der Seitenteile. Bei der zweiten Variante hatten die Seitenteile vollständige Zähne und nicht wie bei den Versuchen von Rug u. a.¹ verkürzte, um den Einfluss der unterliegenden Stahlplatten zu verringern. Bei der dritten Variante wurde die Zahnbalkegeometrie aufgelöst, um materialsparend auf jeder Seite zwei Zahnpaare auszubilden, um den Einfluss mehrerer Zähne hintereinander mit zu berücksichtigen. Dadurch wurde die Geometrie der dritten Variante komplexer und die Gesamthöhe größer. Im Folgenden wurden diese drei Geometrien numerisch untersucht. Als Belastung wird die rechnerische Bruchlast aus Kapitel 6.2.2 angesetzt.

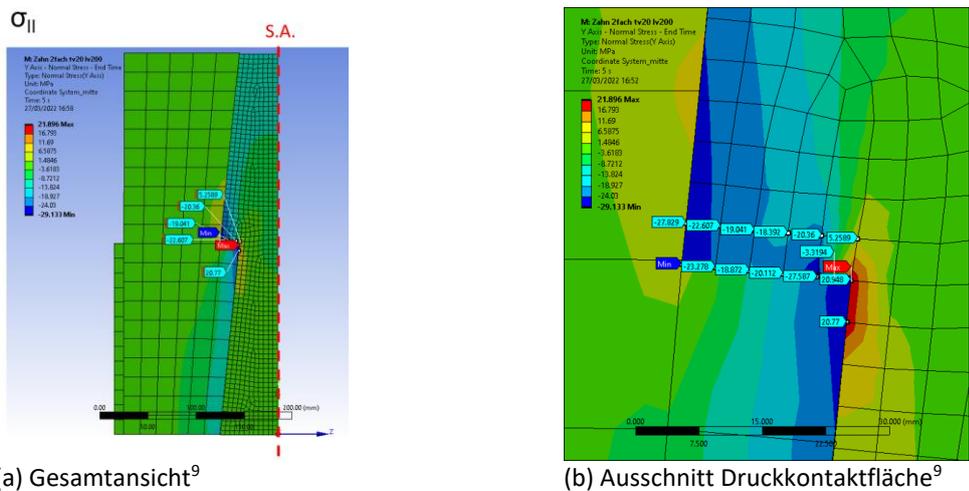
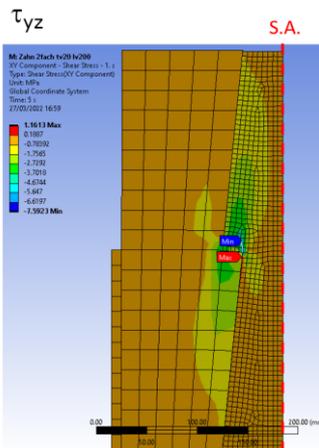


Abb.- 6-12 Visualisierung der Normalspannungen parallel zur Faser in MPa (= N/mm²)

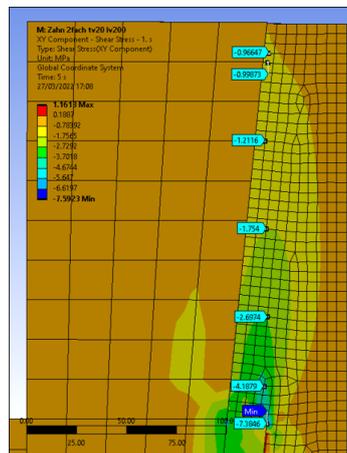
Betrachtung der Spannungsverläufe der Schubprüfkörper

Exemplarisch werden nachfolgend für die Prüfkörpergeometrie die Normalspannungsverläufe parallel und quer zur Faser und der Spannungsverlauf für die maßgebenden Schubspannungen dargestellt und beschrieben. Abb.- 6-12 zeigt in (a) den Normalspannungsverlauf parallel zur Faser des gesamten Prüfkörpers unter Ausnutzung der Symmetrie und in (b) einen Ausschnitt der Druckkontaktfläche der Zähne. Die Normalspannungen verhalten sich symmetrisch. Das bedeutet, der Spannungsverlauf kann für die andere Seite gespiegelt werden. Anhand der Gesamtansicht kann der Lastpfad vom Mittelteil in die Seitenteile beschrieben werden. Das Mittelstück wird oben flächig belastet und leitet die Last über die sich seitlich befindenden Zähne weiter in die Seitenteile. Anhand der hellblauen und grünen Flächen des Mittelstücks wird die Lastumlagerung aus der Querschnittmitte auf die sich seitlich befindenden Zähne des Mittelteils deutlich. In dem Ausschnitt, der den Spannungsverlauf im Bereich der Druckkontaktfläche darstellt, ist zu erkennen, dass die Elementgröße des Netzes noch sehr grob gewählt ist. An der Kontaktfläche gibt es einen unregelmäßigen Spannungssprung, weshalb die Spannungen in der nächsten Elementreihe betrachtet werden. Die Druckspannungen (blau) sind am Zahnrand am größten. In der Mitte betragen die Spannungen in etwa die charakteristische Druckfestigkeit von 21 N/mm² nach EN 338. Am inneren Rand des Zahns des Mittelstücks sind in Rot Zugspannungen zu erkennen. Diese resultieren aus der Lastumlagerung aus der Mitte zu den seitlichen Zähnen, denn das untere Ende des Mittelstücks ist ein freier, nicht gelagerter Rand.

Abb.- 6-13 zeigt den Schubspannungsverlauf der maßgebenden Schubspannungen. Diese verhalten sich antimetrisch. Das bedeutet, auf der anderen Seite der Symmetrieachse haben die Schubspannungen das entgegengesetzte Vorzeichen. Sie sind jedoch im Betrag gleich groß. In dem Ausschnitt des Schubspannungsverlaufes (Abb.- 6-13 (b)) ist zu erkennen, dass die Schubspannungen bei der Lasteinleitung am größten sind und über die Scherflächenlänge abnehmen.



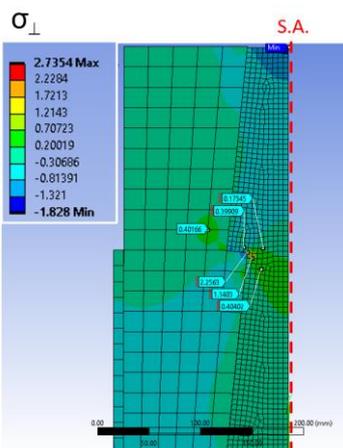
(a) Gesamtansicht⁹



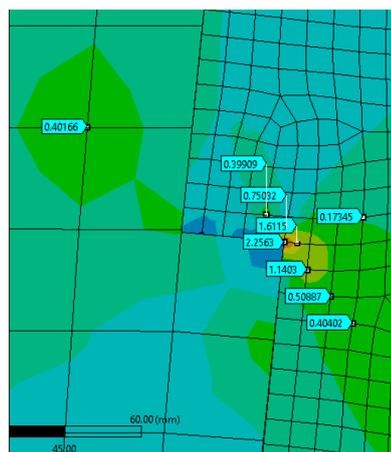
(b) Ausschnitt Zahn⁹

Abb.- 6-13 Visualisierung der der maßgebenden Schubspannungen in MPa (= N/mm²)

Abb.- 6-14 zeigt die Normalspannungen quer zur Faser. Positive Werte kennzeichnen Querkzugspannungen. Auf der Farbskala sind diese von Hellgrün über Gelb und Orange bis Rot farblich markiert. Die charakteristische Querkzugfestigkeit beträgt nach EN 338 0,4 N/mm². Die mit Zahlenwerten markierten Bereiche überschreiten die Querkzugfestigkeit. Da bei den Versuchen von Rug u. a.¹ kein Versagen durch Querkzugspannungen beobachtet wurde, werden diese bis zu den Versuchen zunächst nicht weiter betrachtet.



(a) Gesamtansicht⁹



(b) Ausschnitt Druckkontaktfläche⁹

Abb.- 6-14 Visualisierung der Normalspannungen senkrecht zur Faser in MPa (= N/mm²)

Vergleich der verschiedenen Prüfkörpergeometrien

Das Ziel dieses Abschnittes ist es eine Prüfkörpergeometrie zur experimentellen Ermittlung des Verschiebungsmoduls K_{ser} zu wählen. Deshalb werden in Abb.- 6-15 die Spannungsverläufe der drei Prüfkörpervarianten miteinander verglichen. Die Schubspannungen verhalten sich bei allen Prüfkörpervarianten ähnlich, weshalb ausschließlich die Normalspannungen parallel zur Faser betrachtet werden.

Varianten (a) und (b) unterscheiden sich diese durch die Zahnlänge der Seitenteile. Bei Variante (a) ist der Zahn der Seitenteile verkürzt und es wird mit einer unterliegenden Stahlplatte verhindert, dass die verkürzten Seitenteile versagen. Somit können Normal- und Schubspannungen der Seitenteile experimentell nicht mitberücksichtigt werden. Da dies einen positiven Einfluss auf die Versuchsergebnisse haben könnte, wird Prüfkörpervariante (b) der Variante von Rug u. a.¹ vorgezogen.

Betrachtet man die aufgelöste Variante, ist zu erkennen, dass sich die Druckspannungen gleichmäßig auf den oberen und unteren Zahn verteilen. Bei dem oberen Zahn entstehen keine Zugspannungen wie bei den anderen beiden Varianten, da die Druckspannung nicht vollständig aus der Mitte auf die am Rand liegenden Zähne umgelagert werden müssen. Die Verzahnung eines Zahnbalkens würde sich auch so verhalten.

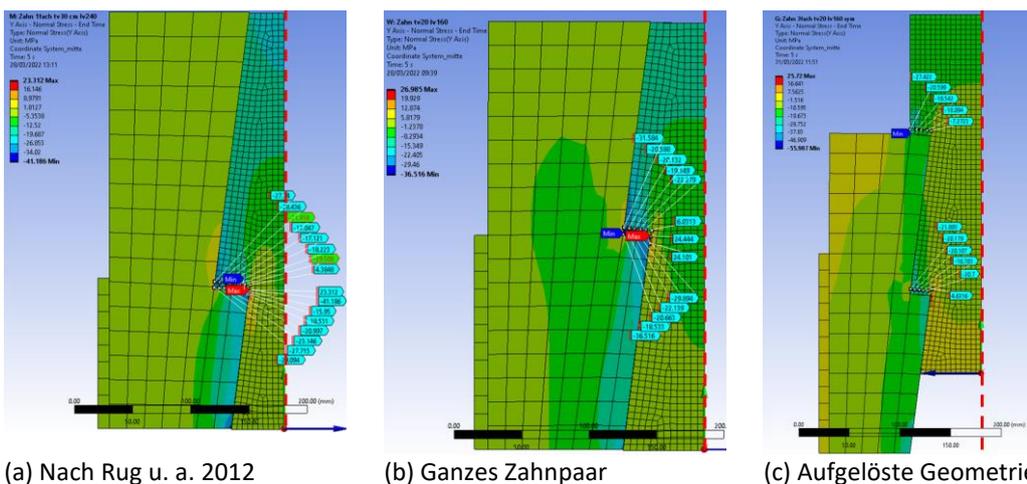


Abb.- 6-15 Vergleich der Normalspannungsverläufe parallel zur Faser in MPa (= N/mm²) der verschiedenen Prüfkörpervarianten. in MPa (= N/mm²)⁹

Dass diese Variante ein verkürztes Mittelstück hat, kann anhand des Spannungsverlaufs der Variante (b) mit ganzem Zahnpaar gerechtfertigt werden. Dort findet die Spannungsumlagerung nur bis zur Hälfte des unteren Teils des Mittelstücks statt. Somit eignet sich die aufgelöste Variante ebenfalls als Prüfkörpergeometrie.

Festlegung auf eine Prüfkörpergeometrie

Für die erste Versuchsreihe werden Versuchskörper gewählt, die sich an Variante (b) orientieren, um zunächst eine optimale Zahntiefe und -länge zu bestimmen, auch wenn sich die aufgelöste Variante (Variante (c)) ebenfalls geeignet hätte. Der Spannungsverlauf von Variante (c) hat gezeigt, dass sich zwei Druckzähne ausbilden würden und somit der Effekt von zwei hintereinander geschalteten Zähnen mitberücksichtigt werden würde. Jedoch sind beim Zahnbalken sehr viele Zähne hintereinandergeschaltet. Es stellt sich somit die Frage, ob zwei Zähne aussagekräftig genug sind, um den Effekt mehrerer Zähne hintereinander mit zu

berücksichtigten und ob sich der Mehraufwand durch die komplexere Geometrie lohnt. Ein weiterer Nachteil dieser Variante, unabhängig vom Spannungsverlauf, ist, dass die gesamte Prüfkörperhöhe größer ist und somit keine längeren Scherflächen getestet werden können. Dadurch wird auch die Zahntiefe begrenzt, da die Zahnlänge von der Zahntiefe mit $l_v = 8 \cdot t_v$ abhängig ist. Es könnten somit weniger Zahngeometrien getestet werden, um den Einfluss von t_v und l_v zu ermitteln. Die zur Verfügung stehende Prüfmaschine hat eine maximale Einbauhöhe von ca. 500 mm, sodass die Gesamthöhe der Prüfkörper kleiner sein muss, um noch erforderliche, dünne Stahlplatten zur Lasteinleitung unterlegen zu können. Aus diesem Grund können auch keine Versuchskörper mit drei oder mehr hintereinander gereihten Zähnen getestet werden.

Numerische Ermittlung von K_{ser}

In diesem Abschnitt wird K_{ser} numerisch für sechs Prüfkörpertypen ermittelt, um vorab eine Tendenz festzustellen, welche Zahngeometrie in Bezug auf das Verschiebungsmodul am effektivsten ist. In den Prüfkörpergeometrien variieren die Zahntiefe t_v und die Zahnlänge l_v . Die sechs Prüfkörpertypen werden in Kapitel 6.2.2 beschrieben. Die numerischen Ergebnisse werden anschließend mit den experimentellen Ergebnissen überprüft.

Die numerische Ermittlung von K_{ser} erfolgt mit einer Mehrschritt-Analyse. Hierbei werden in einer Simulation Spannungen und Dehnungen zu unterschiedlichen Belastungszuständen (Lastschritte) ermittelt. Die Lastschritte sind F_0 ; $F_1 = 0,1 \cdot F_{est}$; $F_2 = 0,4 \cdot F_{est}$ und $F_3 = 1,0 \cdot F_{est}$. Dabei entspricht F_{est} der rechnerischen Bruchlast und wird in Form einer konstanten Flächenlast aufgebracht.

Das numerisch ermittelte Verschiebungsmodul wird zum einen nach der Formel der EN 26891 (Formel 2.1) und zum anderen ohne Berücksichtigung von v_{01} bestimmt. Die modifizierte Formel zur Ermittlung von K_{ser} lautet:

$$K_{ser} = \frac{0,4 \cdot F_{est}}{v_{04}} \quad (6.10)$$

Tabelle 6-9 Numerische Ermittlung von K_{ser}

Typ	t_v [mm]	l_v [mm]	Elementgröße [mm]	rechn. F_{max} [kN]	v_{01} [mm]	v_{04} [mm]	K_{ser} [N/mm]	K_{ser} ohne v_{01} [N/mm]	Zähne pro Meter [1/m]	K_{ser} pro Meter in MN/m ²
1	20	160	2,5	100,8	0,1165	0,41333	101 876.49	97 549.17	6,25	304,84
2	20	200	3,0	100,8	0,11434	0,41897	99 267.96	96 236.01	5,00	240,59
3	20	240	4,0	100,8	0,11884	0,43806	94 730.91	92 042.19	4,17	191,75
4	25	200	4,0	126,0	0,13452	0,49401	105 148.96	102 022.23	5,00	255,06
5	25	240	4,0	126,0	0,12139	0,48558	103 791.98	103 793.40	4,17	216,24
6	30	300	4,0	151,2	0,14667	0,51812	122 116.03	116 729.72	4,17	243,19

Die Ergebnisse der numerisch ermittelten Verschiebungsmoduln sind in Tabelle 6-9 zusammengetragen. Die Ergebnisse von K_{ser} nach der Formel der EN 26891 sind höher als die Ergebnisse nach Formel 6.10, welche v_{01} nicht berücksichtigt. v_{01} gleicht in den experimentellen Ergebnissen die anfänglichen Verschiebungen aus, welche auf Grund des Schlupfes nichtlinear sind. Die numerische Simulation nimmt exakte Prüfkörperabmessungen und einen linearen Spannungs-Dehnungsverlauf an. Somit müssen die numerisch ermittelten Verschiebungen nicht angepasst werden. Deshalb wird auf der sicheren Seite für die

Berechnung von K_{ser} die Formel 6.10 verwendet. Werden die Verschiebungsmoduln eines Zahnpaars der sechs Prüfkörpertypen miteinander verglichen, eignet sich Typ 6 am besten und Typ 3 am schlechtesten. Im Zahnbalken wirken mehrere Zähne hintereinander. Deshalb wird zusätzlich K_{ser} pro Meter betrachtet. Es stellt sich heraus, dass Typ 1 das höchste Verschiebungsmodul pro Meter ergibt, da dieser die kürzeste Zahnlänge hat, sodass mehr Zähne pro Meter wirken.

Die Abweichung des Verschiebungsmoduls K_{ser} von Typ 3 zu Typ 1 und Typ 2 kann an der größeren Elementgröße liegen, die zur Modellierung von Typ 3 verwendet wurde. Typ 3 hat eine längere Scherfläche, wodurch sich die Elementgröße des Finite-Element-Netzes vergrößert, da die Geometrie größer ist. Mit der Diskretisierungsstudie wurde gezeigt, dass die Elementgröße einen Einfluss auf K_{ser} hat. Deshalb wird die Abweichung des Typs 3 zu Typ 1 und Typ 2, die alle dieselbe Zahntiefe haben, mit der Ungenauigkeit des Modells begründet. Es wird angenommen, dass die ersten drei Typen ein ähnliches Verschiebungsmodul ergeben.

6.3.2. Ansätze zur numerischen Schnittgrößenermittlung des Zahnbalkens

Bei der numerischen Schnittgrößenermittlung von nachgiebig verbundenen Biegeträgern werden die einzelnen Balkenquerschnitte mit Federn verbunden. Die Federsteifigkeit kann über dem experimentell ermittelten Verschiebungsmodul bestimmt werden, indem K_{ser} durch die Anzahl an Zähnen pro Meter geteilt wird. Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit ist der Verschiebungsmodul zu

$$K_u = \frac{2}{3} \cdot K_{ser} \text{ abzumindern.}$$

FEM-Umgebungen wie *RSTAB* oder *RFEM* bieten einige Ansätze, wie nachgiebig verbundene Biegeträger aus Holz bemessen werden können. Die einfachste Variante ist in *RSTAB* oder *RFEM* den Balken als Stab zu modellieren und bei der Querschnittwahl, einen mehrteiligen Querschnitt zu wählen. Die Verbundwirkung wird über den Abminderungsbeiwert γ eingegeben. Dieser muss jedoch zuvor nach EN 1995-1-1

Anhang B ermittelt werden. Der Nachteil dieses Ansatzes ist, dass der Spannungsverlauf nicht über den Querschnitt angezeigt wird und dass dieser Ansatz somit keinen Mehrwert zur analytischen Bemessung nach EN 1995-1-1 bietet, welcher zudem in der Anwendung durch Vorgaben des Momentenverlaufes eingeschränkt ist.

Alternativ kann die Bemessung nachgiebiger Biegebalken als Stabwerksmodell mit *RSTAB* oder *RFEM* erfolgen. Dabei werden die Querschnitte über möglichst viele diskrete Punkte über Kopplungsstäbe miteinander verbunden.

Zusätzlich bietet *RFEM* für diesen Anwendungsfall die Möglichkeit die Träger als Flächen einzugeben und diese mit einem Liniengelenk, einer Linienfreigabe oder einem Kontaktvolumen zu koppeln. Die Nachgiebigkeit in Trägerrichtung kann in diesen Möglichkeiten mit einer Feder eingegeben werden. Der Aufwand der Modellierung ist dadurch geringer als beim Stabwerksmodell.

6.4. Bauteilversuche Schubverbindungen

6.4.1. Experimentelle Bestimmung von K_{ser} des Zahnbalkens

In diesem Teil des Kapitels wird der Verschiebungsmodul K_{ser} für sechs Prüfkörpertypen experimentell nach EN 26891 bestimmt, um erste Richtgrößen für das Verschiebungsmodul des Zahnbalkens zu erhalten. Ziel dieser Versuchsreihe war neben der Ermittlung von K_{ser} , den Einfluss der Zahntiefe t_v und der Zahnlänge l_v auf K_{ser} zu bestimmen. Außerdem stellte sich die Frage, ob die Vorholzlänge von mindestens 200 mm, die beim Versatz konstruktiv erforderlich ist¹³, auch beim Zahnbalken benötigt wird. Am Ende wird eine Zahngeometrie gewählt, für welche die Biegetragfähigkeit des Zahnbalkens bestimmt werden soll.

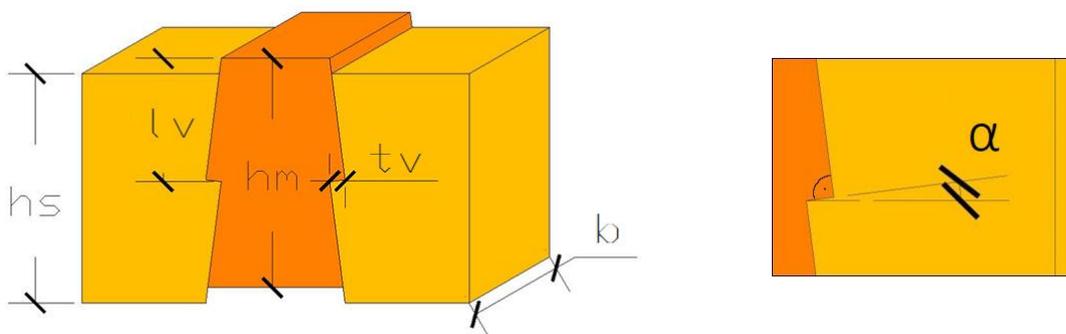


Abb.- 6-16 Prinzipskizze der Prüfkörper zur Ermittlung von K_{ser} ⁹

Die Prüfkörper wurden ohne Leim oder metallische Verbindungsmittel aus drei Teilen zusammengesetzt: den zwei Seitenteilen (A und B) und dem Mittelteil (C).

Die finale Prüfkörpergeometrie (Abb.- 6-16) hatte sich im Vergleich zur Prüfkörpervariante (b), welche in Kapitel 6.2.2. zur weiteren Untersuchung vorgeschlagen wurde, auf Grund der beschränkten Einbauhöhe der Prüfmaschine noch einmal leicht abgewandelt.

Die Seitenteile wurden oben und das Mittelstück unten um 20 mm verkürzt. Dadurch entstand ein Versatz von 20 mm zwischen den Seitenteilen und dem Mittelstück. Die Bereiche in denen die Prüfkörper verkürzt sind, haben laut der FE-Simulation keinen Einfluss auf die Spannungsverteilung, weshalb diese Abänderung keinen Einfluss auf die Versuchsergebnisse haben wird und somit unbedenklich ist. Der Versatz von 20 mm zwischen Seitenteil und Mittelstück ermöglichte, dass sich das belastete Mittelstück um 15 mm verschieben konnte, was in EN 26891 zur experimentellen Ermittlung des Verschiebungsmoduls vorgeschrieben ist.

Für die Versuchsreihe wurden sechs verschiedene Prüfkörpertypen, die in Tabelle 6-10 aufgelistet sind, getestet. Dabei hatten alle Prüfkörpertypen eine Breite von 120 mm. Auch die Lasteinleitungsfläche wurde mit 100 mm x 120 mm immer gleich gewählt.

Tabelle 6-10 Prüfkörpergeometrien zur Bestimmung von K_{ser} des Zahnbalkens

Prüfkörpertyp	Zahntiefe t_v [mm]	Zahnlänge l_v [mm]	Faserlastwinkel α [°]
1	20	160	7,2
2	20	200	5,7
3	20	240	4,8
4	25	200	7,2
5	25	240	6,0
6	30	240	7,2

Prüfkörpertypen 1 bis 3 hatten eine Zahntiefe von 20 mm. Die Zahnlänge variierte dabei von 160 mm über 200 mm bis 240 mm. $l_v = 160$ mm entspricht der maximal rechnerisch ansetzbaren Länge von $8 \cdot t_v$. Nur in diesem Bereich kann eine konstante Schubspannungsverteilung angenommen werden, da die Schubspannungen bei der Lasteinleitung eine Spannungsspitze haben und über die Scherfläche quadratisch abnehmen. Die 200 mm entsprechen der Vorholzlänge bei Versätzen, die konstruktiv angesetzt werden sollte¹³. Mit dem dritten Wert für die Zahnlänge $l_v = 240$ mm sollte der Einfluss der Zahnlänge auf das Verschiebungsmodul bestimmt werden, da somit die Ergebnisse von drei verschiedenen Zahnlängen bei einer gleichbleibenden Zahntiefe miteinander vergleichbar waren. Prüfkörpertypen 4 und 5 hatten eine Zahntiefe von 25 mm mit einer Zahnlänge von 200 mm und 240 mm. Prüfkörpertyp 6 hatte eine Zahntiefe von 30 mm und eine Zahnlänge von 240 mm. Die Zahnlänge l_v aller Prüfkörper betrug mindestens $8 \cdot t_v$.

Somit hatten für die Vergleichbarkeit der Versuchsergebnisse drei Prüfkörpertypen (Prüfkörpertyp 1 bis 3) bei variierender Zahnlänge eine gleichbleibende Zahntiefe t_v von 20 mm und drei Prüfkörpertypen (Prüfkörpertyp 3, 5, 6) hatten bei variierender Zahntiefe eine gleichbleibende Zahnlänge l_v von 240 mm. Damit konnte bei der Versuchsauswertung der Einfluss der Zahntiefe und der Zahnlänge bestimmt werden.

Tabelle 6-10 gibt zusätzlich den Faserlastwinkel α der einzelnen Prüfkörpertypen an. Dieser lag zwischen $4,8^\circ$ und $7,2^\circ$. Somit lag dieser in dem Bereich des optimalen Faserlastwinkels nach der Parameterstudie in Kapitel 6.2.2. Der Faserlastwinkel α steht dabei in direkter, geometrischer Abhängigkeit mit l_v . Denn bedingt durch die Herstellung kann der Zahn nur in einem Winkel von 90° ausgeschnitten werden (Abb.- 6-16). Da die Winkelunterschiede sehr gering waren und sich die maximalen Bruchlasten rechnerisch nur in der ersten Nachkommastelle (1/10 kN) unterschieden, wurde davon ausgegangen, dass der Einfluss des Faserlastwinkels in dieser Versuchsreihe nicht bewertbar war.

Im Vergleich zu den analytischen Berechnungen hatte sich die Prüfkörpergeometrie geändert. Zum einen hatten die Seitenteile vollständige Zähne und nicht wie bei den Versuchen von Rug u. a.¹ verkürzte, um den Einfluss der unterliegenden Stahlplatten zu verringern. Zum anderen betrug die Lasteinleitungsfläche immer 100 mm x 120 mm, sodass der Rohquerschnitt, aus denen die Prüfkörper ausgeschnitten wurden, nicht wie zuvor angenommen immer 120 mm x 120 mm betrug. Fertigungstechnisch hatten die Seitenteile mit einer Zahntiefe $t_v \geq 25$ mm einen Rohquerschnitt von 150 mm x 120 mm. Die Seitenteile der Prüfkörper hatten mit Zahntiefen von $t_v = 20$ mm einen Rohquerschnitt von 140 mm x 120 mm. Die Änderungen hatten auf die Berechnung der optimalen Zahngeometrie mit der Parameterstudie keinen Einfluss, weshalb die Parameterstudie nicht an die Geometrie der finalen Prüfkörper angepasst wurde. Der einzige Unterschied, der sich für die Parameterstudie ergab, war, dass sich durch

die gleichbleibende Lasteinleitungsfläche keine Abbruchbedingung zur Begrenzung der Zahntiefe einstellte. Jedoch sind Zahntiefen größer als 30 mm nicht wirtschaftlich, da dabei zu viel Verschnitt entstehen würde. Die Annahme eines Querschnittes von 120 mm x 120 mm, welche für die Berechnungen in der Parameterstudie getroffen wurde, war somit vertretbar.

Abschließend war die Qualität der Prüfkörper sehr gut. Die Genauigkeit der Herstellung war sehr hoch. Die Prüfkörper entsprachen der Festigkeitsklasse C24, auch wenn diese durch viele Äste geprägt waren. Nur bei wenigen Prüfkörpern waren Trocknungsrisse vorhanden. Die Prüfkörper wurden vor der Versuchsdurchführung bei 20 °C und 65 % Luftfeuchte bis zur Massenkonstanz gelagert. Die Prüfkörper hatten eine Holzfeuchte $\omega \approx 12 \%$.

6.4.2. Versuchsvorbereitung

In der Versuchsvorbereitung wurden zum Vergleich der Versuchsergebnisse die Maße der Prüfkörper zur Bestimmung der Druck- und Scherflächen umfangreich vermessen. Außerdem wurden die Punkte zum Anbringen der Wegaufnehmer eingezeichnet. Zudem wurde die Prüfmaschine programmiert, sodass der Versuch automatisch gesteuert wurde.

Die Rohdichte wurde im Nachgang der Versuchsdurchführung ermittelt. Dafür wurde aus jedem Prüfkörper ein kleines Stück herausgeschnitten, von welchem das Volumen und das Gewicht ermittelt wurde. Die Rohdichte wurde somit nicht im Bruchbereich ermittelt. Das hat für die Versuchsauswertung die Folge, dass die Ergebnisse nicht direkt auf die Rohdichte bezogen werden können. Die Prüfkörper sind durch viele Äste geprägt, weshalb die Rohdichte teilweise nicht an astfreien Proben ermittelt werden konnte.

Des Weiteren wurde F_{est} überschlägig über die Druckfläche bzw. Scherfläche der beiden Zähne mit der zugehörigen charakteristischen Festigkeit von C24 bestimmt. Diese Werte (Tabelle 6-11) wurden für das kraftgesteuerte Stufenbelastungsverfahren benötigt. Die Werte für F_{est} sind jedoch nur ein erster Anhaltspunkt und können in den weiteren Versuchsdurchläufen einer Versuchsreihe noch angepasst werden, wenn die Bruchlast um mehr als 20% abweicht.

Tabelle 6-11 Geschätzte Maximalwerte F_{est} zur Bestimmung des Belastungsverfahrens

Typ	1	2	3	4	5	6
F_{est}	100	100	100	126	126	150

6.4.3. Versuchsaufbau

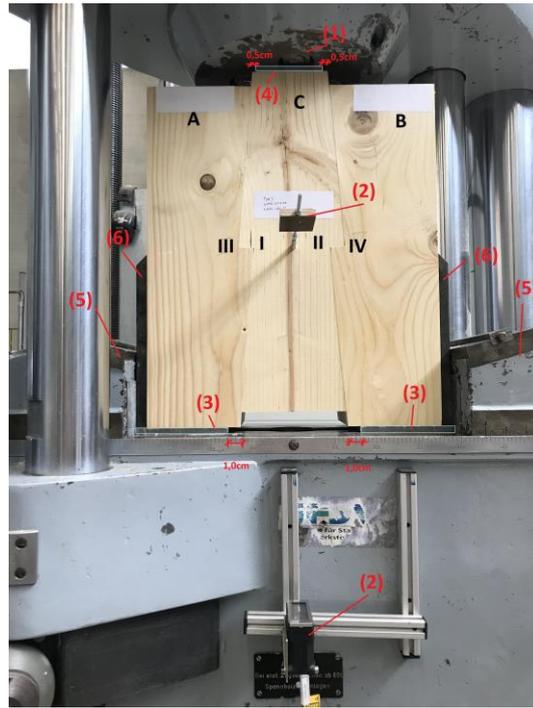
Für die Versuchsvorbereitung- und Durchführung wurden folgende Mess- und Prüfmittel verwendet:

- Klimakammer Nutzungsklasse 1 (20°C, 65 % r. L.)
- Messschieber 150 mm
- Waage Kern EW 3000-2M
- MAN Hydraulische Universal Prüfmaschine, Nennlast 1000 kN
- Keyence optische Wegaufnehmer IL-300

Der Versuchsaufbau ist in Abb.- 6-17 (b) dargestellt. Die Versuche wurden mit einer Universalprüfmaschine gefahren, die hydraulisch gesteuert wird und welche Zug- und Druckkräfte bis zu 1000 kN aufbringen kann (Abb.- 6-17 (a)).



(a) Prüfmaschine



(b) Versuchsaufbau

Abb.- 6-17 Versuchsaufbau: (1) Lastaufbringung; (2) Wegaufnehmer; (3) Stahlplatte als Auflager; (4) Stahlplatte zur gleichmäßigen Lasteinleitung; (5) Seitliche Halterung; (6) Stahlplatte zur Lastverteilung⁹

Die Prüfkörper, welche aus drei Einzelteilen bestanden, wurden ohne metallische Verbindungsmittel oder Leim zusammengesetzt und mittig in die Prüfmaschine gestellt. Seitlich wurden die Prüfkörper gehalten, sodass keine seitliche Verschiebung möglich war. Auf der Vorder- und Rückseite des Mittelstücks war auf Höhe der Zähne mittig jeweils ein Wegaufnehmer angebracht. Für eine gleichmäßige Lasteinleitung wurden auf dem Mittelstück und unter den Seitenteilen Stahlplatten angeordnet. Damit sich die Scherflächen unbeeinflusst von den Stahlplatten ausbilden konnten, waren diese Stahlplatten seitlich um 0,5 cm bis 1,0 cm verkürzt (Abb.- 6-17 (b)).

Für die Auswertung wurden die Einzelteile und Zähne der Prüfkörper, wie in Abb.- 6-17 (b) dargestellt, nummeriert (linkes Seitenteil (A), rechtes Seitenteil (B), Mittelstück (C), Zähne des Mittelstücks: links (I), rechts (II); Zahn des Seitenteils A (III) und Zahn des Seitenteils B (IV)).

6.4.4. Versuchsdurchführung

Es wurden sechs Versuchsreihen mit jeweils fünf Prüfkörpern gefahren. Die Versuche wurden kraftgesteuert nach dem im Folgenden beschriebenen Belastungsverfahren Abb.- 6-18 dem Versuch wurde die Kraft, die Zeit und die Verschiebung der beiden Wegaufnehmer aufgezeichnet.

Abb.- 6-18 stellt die Belastungskurve der Versuchsreihe von Typ 1 Nr. 3 exemplarisch dar. Der grüne Graph ist die Kraft-Zeit-Kurve des Versuchs. Die vertikalen, roten Linien markieren von unten nach oben $0,1 \cdot F_{est}$, $0,4 \cdot F_{est}$, $0,6 \cdot F_{est}$ und $0,8 \cdot F_{est}$. Zuerst wird der Prüfkörper auf $0,4 \cdot F_{est}$ belastet. Dort wird die Belastung für 30 Sekunden gehalten. Anschließend wird in derselben Geschwindigkeit, wie zuvor belastet wurde, auf $0,1 \cdot F_{est}$ entlastet, woraufhin dort wieder 30 Sekunden verweilt wird. Anschließend steigt die Belastung in derselben Belastungsgeschwindigkeit wieder an. Das Abbruchkriterium des Versuches ist entweder das Erreichen von 15 mm Verschiebung oder das Versagen des Prüfkörpers. Die Be- und Entlastungsgeschwindigkeit beträgt $0,2 \cdot F_{est}$ pro Minute. Mit den schwarzen, senkrechten Linien kann der Zeitpunkt bestimmt werden, wann die Kraft-Zeit-Kurve die roten Linien schneidet oder erreicht. Mit dem damit ermittelten Zeitpunkt kann bei der Auswertung die zugehörige Verformung ermittelt werden, um K_{ser} zu berechnen.

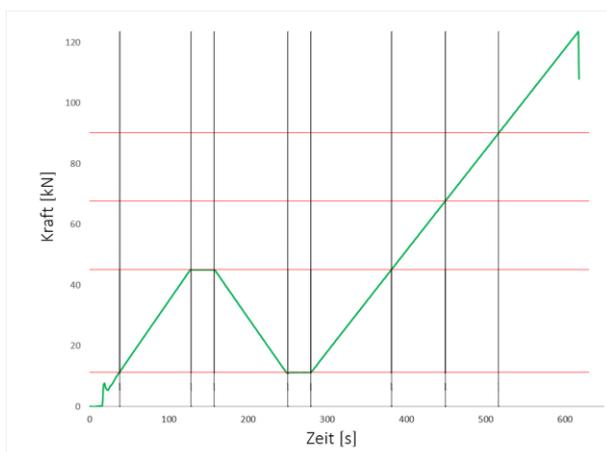


Abb.- 6-18 Exemplarische Belastungskurve⁹

Der erste Versuch der Versuchsreihe von Typ 1 war ein Probeversuch für welchen keine Ergebnisse aufgezeichnet wurden. Nach dem zweiten Versuchsdurchgang wird $F_{est} \approx 112,5$ kN für die folgenden Durchläufe der Prüfkörpertypen 1 bis 3 an die Bruchlast des zweiten Versuchsdurchgangs angepasst. Bei Versuchsreihe 4 wurde F_{est} entsprechend Tabelle 6-11 zu 126 kN angenommen. Dieser Wert wurde bei der zweiten Durchführung auf den Wert $F_{est} = 152$ kN erhöht. Dies entspricht der Bruchlast des ersten Versuchs der 4. Versuchsreihe. Mit diesem $F_{est} = 152$ kN wurden alle weiteren Versuche der 4. und 5. Versuchsreihe gefahren. Für den ersten Versuch der Versuchsreihe des Typs 6 wurde ebenfalls $F_{est} = 152$ kN verwendet, da das ungefähr dem Wert aus Tabelle 6-11 entspricht. Dieser wurde in den folgenden Versuchen dieser Versuchsreihe auf 170 kN erhöht.

6.4.5. Versuchsauswertung

In der Versuchsauswertung werden zunächst die Kraft-Weg-Diagramme der Prüfkörpertypen gezeigt. Anhand diesen und den Bruchbildern wird die maßgebende Versagensform der Prüfkörper bestimmt. Anschließend wird mit den Versuchsergebnissen der Einfluss von Zahntiefe und Zahnlänge auf das Verschiebungsmodul ermittelt und mit Hilfe dessen eine optimale Zahngeometrie gewählt. Dafür wird zuvor der Einfluss der Materialkennwerte auf die Versuchsergebnisse bestimmt, um keine falschen Rückschlüsse zu ziehen. Abschließend erfolgt ein Vergleich mit den Versuchsergebnissen von Rug u. a.¹, um die in dieser Arbeit gewonnenen Versuchsergebnisse in den aktuellen Stand der Forschung einzuordnen.

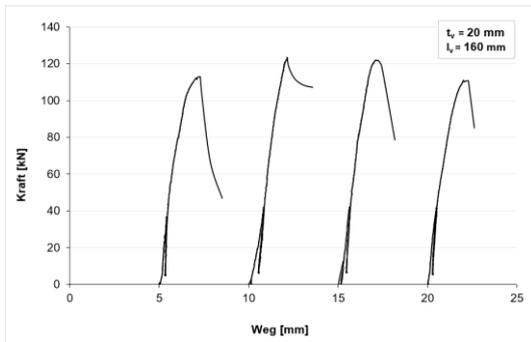
Kraft-Weg-Diagramme

In Abb.- 6-20 (a) bis (f) sind zur Übersicht alle Arbeitslinien in einem Kraft-Weg-Diagramm pro Prüfkörpertyp dargestellt.

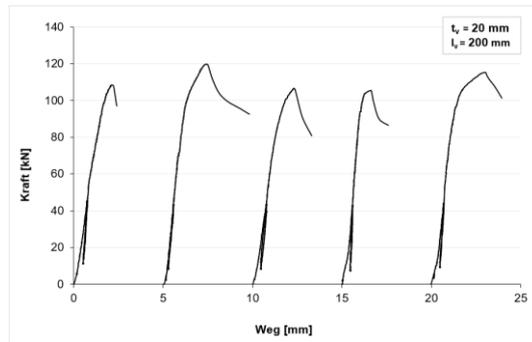
Die Arbeitslinien stiegen alle zunächst bis $0,4 \cdot F_{est}$ an. Daraufhin fielen die Kurven bis $0,1 \cdot F_{est}$ und stiegen anschließend wieder bis zum Erreichen der Bruchlast F_{max} an. Durch das Be- und Entlasten stellte sich zwischen $0,4 \cdot F_{est}$ und $0,1 \cdot F_{est}$ eine geschlossene Hysterese ein. Nach der geschlossenen Hysterese nahm die Wiederbelastungskurve die Steigung des Erstbelastungskurve an. Vor Erreichen der Bruchlast flachte die Steigung der Arbeitslinien etwas ab. Anhand der Art, wie sich der Peak bei der Bruchlast ausbildet, konnte die Versagensform abgeschätzt werden.



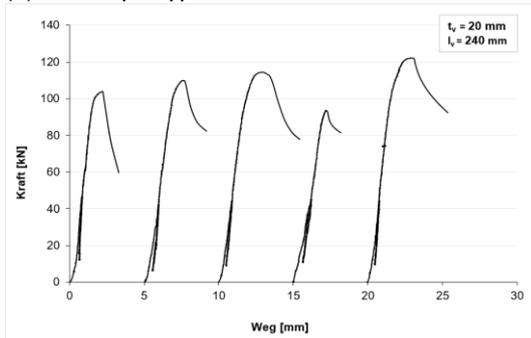
Abb.- 6-19 Versagen durch Abscheren. Bruchbild von Typ 4 Nr. 1⁹



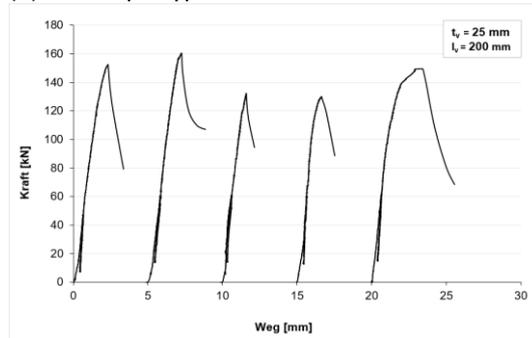
(a) Prüfkörpertyp 1



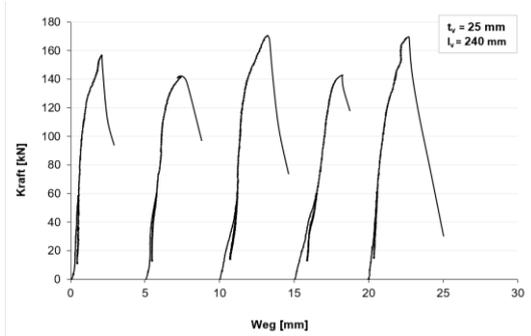
(b) Prüfkörpertyp 2



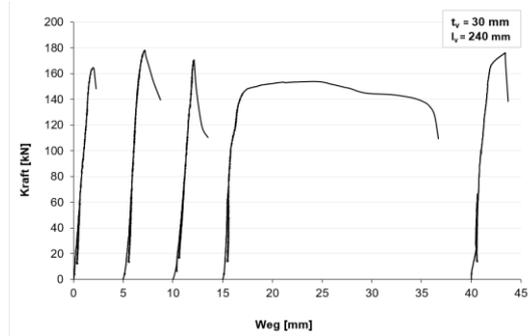
(c) Prüfkörpertyp 3



(d) Prüfkörpertyp 4



(e) Prüfkörpertyp 5



(f) Prüfkörpertyp 6

Abb.- 6-20 Übersicht aller Arbeitslinien je Prüfkörpertyp⁹

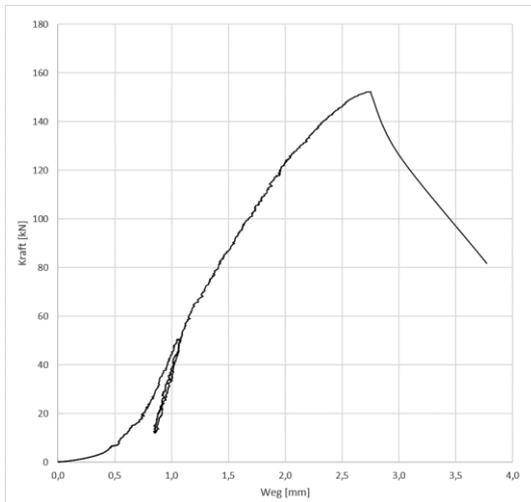
Versagensformen

Die Prüfkörper haben auf drei Arten versagt: Durch Abscheren der Zähne, durch Druckversagen im Bereich der Zähne oder durch eine Kombination aus Druckversagen und Abscheren. Die am häufigsten beobachtete Versagensform war das kombinierte Versagen. Die Versagensform kann anhand der Bruchbilder und der Arbeitslinien (Kraft-Weg-Kurve) bestimmt und mit den Videoaufzeichnungen überprüft werden.

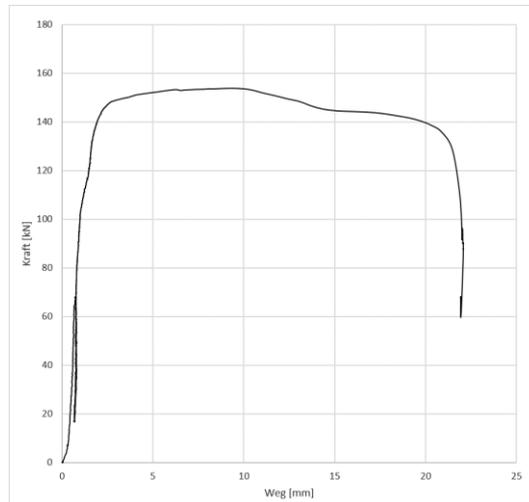
Die Last verteilte sich in diesem Versuchsaufbau gleichmäßig auf zwei Zahnpaare. Zahn I, III und Zahn II, IV stellten jeweils ein Zahnpaar dar. Durch die gleichmäßige Lastverteilung versagte bei beiden Zahnpaaren mindestens ein Zahn. Das ist damit zu erklären, dass, wenn ein Zahn versagt, das andere Zahnpaar augenblicklich die Last des versagten Zahnpaars aufnehmen muss und dadurch auch sofort versagt.

Reines Scherversagen ist an einem glatten Bruch entlang der Scherfläche des Zahnes zu erkennen (Abb.- 6-19). Dabei findet das Abscheren entlang der Jahresringe ohne das Ausknicken von Fasern oder das Ineinanderstanzen der Druckkontaktflächen der Zahnpaare

statt. Während der Versuche ist Scherversagen sehr plötzlich und mit einem lauten Knall aufgetreten. Dieses plötzliche Versagen ist in den Arbeitslinien durch den Knick am Peak und dem nachfolgend steilen Abfall der Kurve zu erkennen (Abb.- 6-21 (a)). Reines Scherversagen bedeutet bei diesen Versuchen, dass bei beiden Zahnpaaren mindestens ein Zahn entlang der Scherfläche abgeschert ist.



(a) Scherversagen (Typ 4 Nr. 1)



(b) Druckversagen (Typ 6 Nr. 4)

Abb.- 6-21 Arbeitslinien zum Vergleich von Scher- und Druckversagen⁹

Reines Druckversagen ist nur einmal bei Prüfkörpertyp 6 Nr. 4 aufgetreten. Das Versagen wurde begleitet von deutlichem Knacken und im Vergleich zum Scherversagen war das Versagen leise und sehr langsam. In Abb.- 6-22 sind Bruchbilder des Druckversagens von Typ 6 Nr. 4 dargestellt. Abb.- 6-22 (b) und (c) zeigt die Innenansicht der Zahnpaare. In diesen Abbildungen ist das Ineinanderstanzen und das Knicken der Fasern im Druckbereich der Zähne zu erkennen. Die Druckflächen sind nicht mehr wie ursprünglich glatt, sondern unregelmäßig eingedrückt (gestaucht). In der Vorderansicht des versagten Prüfkörpers (Abb.- 6-22 (a)) ist das seitliche Ausknicken der Fasern im Druckbereich der Zähne aus einer anderen Perspektive sichtbar.

In der Arbeitslinie ist dieses Versagen dadurch zu erkennen, dass die Kurve bei Erreichen der Maximallast nicht sofort wieder abflacht, sondern unter Aufrechterhalten der Maximallast große Verschiebungen auftreten (Abb.- 6-21 (b)). Im Folgenden wird der horizontale Kurvenverlauf auf Höhe der Maximallast als Druckplateau bezeichnet. Zu Beginn des Druckplateaus ist bis ca. 10 mm Verschiebung in Belastungsrichtung ein leichter Anstieg der Kraft zu erkennen. Im Anschluss fällt die Kraft bis 20 mm Verschiebung leicht ab. Bei ca. 20 mm Verschiebung knicken die Fasern aus. Das ist das Ende des Druckplateaus. Nach dem Knicken der Fasern wurde der Versuch abgebrochen. Das Knicken der Fasern, welches vorher vom Ineinanderstanzen der Druckkontaktflächen begleitet wird, kennzeichnet das Druckversagen.

Das kombinierte Schub-Druck-Versagen ist auf verschiedene Arten aufgetreten, welche nachfolgend aufgelistet sind und anschließend erläutert werden.

1. Je ein Zahnpaar versagt auf Druck und das andere auf Abscheren
2. Erst Ineinanderstanzen der Druckflächen, darauffolgend Abscheren der Zähne
3. Abscheren der Zähne bis das Abscheren durch einen Ast in der Scherfläche behindert wird und der Zahn diesem Ast auf Druck versagt
4. Kombination aus den zuvor genannten

In Abb.- 6-23 ist die erste Variante des kombinierten Schub-Druck-Versagens beispielhaft mit Hilfe des Prüfkörpertyps 3 Nr. 2 dargestellt. Zahn III ist entlang eines Jahresringes abgeschert. Zudem ist am Zahnpaar IIII leichtes Ineinanderstanzen sichtbar (Abb.- 6-23 (a), linkes Zahnpaar). Das Zahnpaar II-IV hat auf Druck versagt.



(a) Vorderansicht



(b) Innenansicht Zahnpaar I-III



(c) Innenansicht Zahnpaar II-IV

Abb.- 6-22 Druckversagen, Bruchbild Typ 6 Nr. 4⁹



(a) Vorderansicht (Typ 3 Nr. 2)



(b) Druckversagen des Zahnpaares II-IV

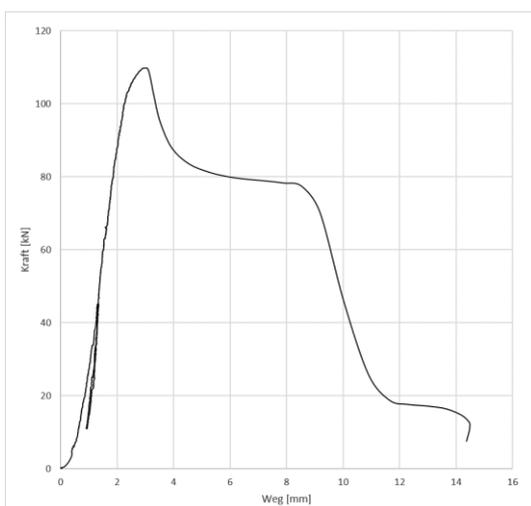
Abb.- 6-23 Bruchbilder der 1. Art des kombinierten Schub-Druck-Versagens⁹

Das ist an den stark ineinander gestanzten Druckkontaktflächen und den geknickten Fasern oberhalb der Druckkontaktflächen erkennbar (Abb.- 6-23 (b)).

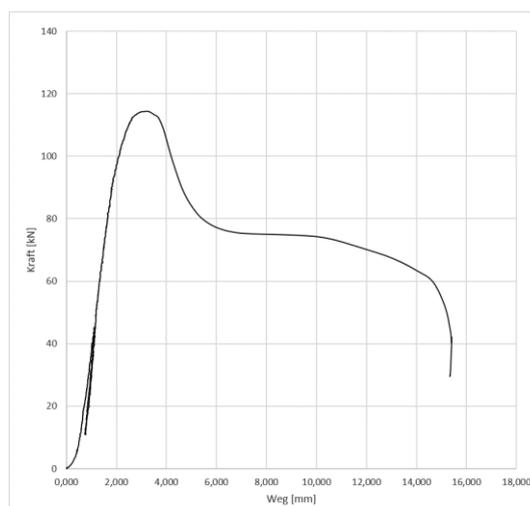
Mit Hilfe der Arbeitslinie (Abb.- 6-24 (a)) und den Bruchbildern (Abb.- 6-23) kann die Versagensreihenfolge des Prüfkörpers Typ 3 Nr. 2 rekonstruiert werden. Auf der Y-Achse ist die Kraft in kN und auf der X-Achse der mittlere Weg der beiden Wegaufnehmer in mm aufgetragen. Im Bereich der Maximalkraft ist der Peak abgerundet und nicht spitz wie bei reinem Scherversagen (Abb.- 6-21 (a)). Daraus kann geschlossen werden, dass sich am Peak die Druckkontaktflächen beider Zahnpaare ineinander stanzen. Dies wurde zuvor mithilfe der Bruchbilder (Abb.- 6-23) beobachtet.

Die Kurve fällt nach der abgerundeten Spitze für 30 kN steil ab, um dort in ein Druckplateau überzugehen. Dabei kam es zum Abscheren von Zahn III. Das Druckplateau, in welchem die Kurve nach erstem Abfallen verweilt, kündigt das Druckversagen von Zahnpaar II-IV an. Hierbei stanzen sich die Druckkontaktflächen des Zahnpaars II-IV stärker ineinander. Beim Ineinanderstanzen kommt es zu großen Verschiebungen in Lastrichtung (horizontaler Verlauf Kraft-Weg-Kurve während des Druckplateaus), bis bei dem abgerundeten Ende des Druckplateaus das Knicken der Fasern im Bereich der Druckkontaktfläche stattfindet. In den Bruchbildern (Abb.- 6-23 (b)) ist zu erkennen, dass das Zahnpaar II-IV stärker ineinander gestanzt ist, als das auf Abscheren versagte Zahnpaar.

Nach dem Knicken sackt der Prüfkörper ab, bis er kurz vorm Versagen nochmals auf Widerstand von noch nicht versagten Fasern trifft, sodass sich vorm Versagen ein weiteres, letztes Druckplateau einstellt. Diese Beobachtungen wurden mit der Videoaufzeichnung überprüft und bestätigt. Mit den Bruchbildern (Abb.- 6-25) und der Arbeitslinie (Abb.- 6-24 (b)) von Prüfkörpertyp 3 Nr. 3 können die anderen drei Varianten des kombinierten Schub-Druck-Versagens erklärt werden. In Abb.- 6-25 sind Bruchbilder des Prüfkörpertyps 3 Nr. 3 dargestellt. In Abbildung Abb.- 6-25 (a) und (b) ist das Ineinanderstanzen der Druckkontaktflächen des Zahnpaars I-III und das Abscheren von Zahn III zu erkennen, was die zweite Art des kombinierten Schub-Druck-Versagens ist. Während des Versuchs wurde das Ineinanderstanzen von Zahnpaar I-III vor dem Scherversagen beobachtet. Dies ist auch in der Arbeitskurve des Prüfkörpertyps 3 Nr. 3 zu erkennen, denn der Peak ist abgerundet (Abb.- 6-24 (b)).



(a) Prüfkörpertyp 3 Nr. 2



(b) Prüfkörpertyp 3 Nr. 3

Abb.- 6-24 Arbeitslinien des kombinierten Schub-Druck-Versagens⁹

Die dritte Art des kombinierten Schub-Druck-Versagens ist am anderen Zahn des gleichen Prüfkörpers in Abb.- 6-25 (b) zu erkennen. Dort wurde das vollständige Abscheren des Zahns II durch einen in der Scherfläche senkrecht liegenden Ast behindert. Unterhalb des Astes in Abb.- 6-25 (b) sind geknickte Fasern zu erkennen, was auf Druckversagen hindeutet. In der Arbeitslinie (Abb.- 6-24 (b)) ist dies an dem Druckplateau zu erkennen, welches sich nach dem ersten Abfall einstellt. Am Beispiel des Prüfkörpertyps 3 Nr.3 ist zu erkennen, dass die kombinierten Versagensarten auch gemischt auftreten können.

Ein Merkmal des kombinierten Schub-Druck-Versagen ist, dass die Bruchbilder sehr unregelmäßig sind und sich kein einheitliches Versagensmuster einstellt. Werden im Gegensatz dazu die Arbeitslinien von Prüfkörpertyp 3 Nr. 2 und Prüfkörpertyp 3 Nr. 3 (Abb.- 6-24) miteinander verglichen, fällt auf, dass sich diese trotz unterschiedlichem Bruchbild sehr ähneln. Beide zeigen das kombinierte Schub-Druck-Versagen, sodass anhand der Arbeitslinien die Versagensform eindeutig bestimmt werden kann.



(a) Behinderung des Abscherens von Zahn II durch einen Ast senkrecht zur Scherfläche



(b) Ineinanderstanzen und Abscheren des Zahnpaars I-III



(c) Vorderansicht (Typ 3 Nr. 3)

Abb.- 6-25 Bruchbilder des Typs 3 Nr. 3, welche das kombinierte Schub-Druck-Versagen verdeutlichen⁹

Ein weiteres Merkmal des kombinierten Schub-Druck-Versagens ist, dass Abscheren immer vor dem Druckversagen auftritt. Das kann damit erklärt werden, dass Abscheren schlagartig auftritt, während Druckversagen erst nach dem Ausbilden eines Druckplateaus eintritt.

Insgesamt waren nur zwei Prüfkörper im Zahnbereich frei von Holzfehlern (Typ 5 Nr. 3 und Typ 5 Nr. 4). Beide Prüfkörper haben durch Abscheren versagt. Ein Prüfkörper (Typ 6 Nr. 5) hat entlang eines Trocknungsrisses auf Abscheren versagt.

Um das Kapitel Versagensformen abzuschließen, kann zusammengefasst werden, dass das Versagen meistens durch Äste im Zahnbereich beeinflusst wurde und die Prüfkörper am häufigsten durch die Kombination aus Druck und Schub oder reinen Schub versagt haben.

Darstellung der Versuchsergebnisse

Die Bruchlasten F_{max} können aus den Kraft-Weg-Diagrammen abgelesen werden. Sie sind zur besseren Vergleichbarkeit der Prüfkörpertypen nach Prüfkörpertyp sortiert in Abb.- 6-26 gegenübergestellt. Die graue Linie gibt den Mittelwert der Versuchsreihen an. Zu erkennen ist, dass die Bruchlast mit größer werdender Zahntiefe steigt. Bei größerer Zahnlänge (Vergleich von Typ 1 bis Typ 3) dagegen nimmt die Bruchlast ab. Nach EN 26891 Abschnitt 8.6 sollte F_{max} maximal 20 % von F_{est} abweichen. Das ist bei allen Versuchen eingehalten worden.

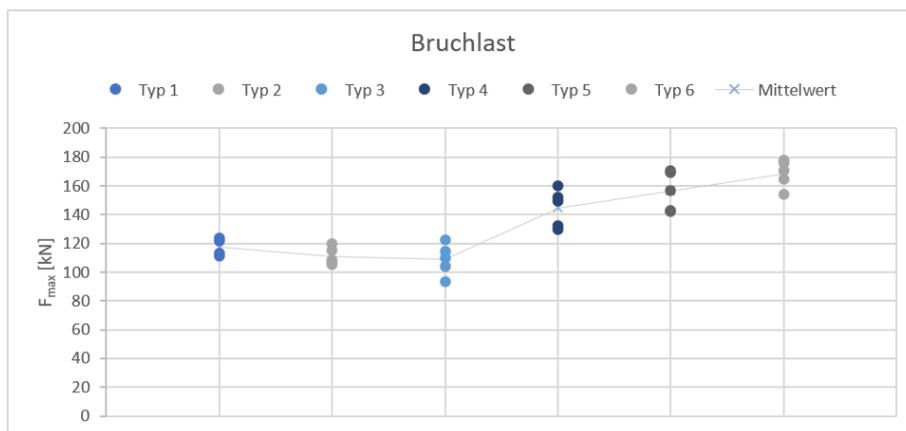


Abb.- 6-26 Bruchlast F_{max} der Prüfkörper⁹

In Abb.- 6-27 ist der Verschiebungsmodul K_{ser} der einzelnen Versuche für jeden Prüfkörpertyp abgebildet. K_{ser} entspricht dabei k_s nach EN 26891. Das Verschiebungsmodul, welches in Abb.- 6-27 abgebildet ist, gilt für zwei parallele Zähne.

Über die Y-Achse ist K_{ser} in N/mm aufgetragen. Die graue Linie gibt den Mittelwert der Prüfkörpertypen an. Die höchsten mittleren Verschiebungsmoduln erreicht Typ 6 mit $K_{ser} = 115000$ N/mm. Die niedrigsten mittleren Verschiebungsmoduln erzielt Typ 3 mit $K_{ser} = 64000$ N/mm. Typ 1, Typ 2 und Typ 3 unterscheiden sich durch unterschiedliche Zahnängen. Typ 3 erreicht mit der längsten Zahnlänge das niedrigste Ergebnis. Typ 5 hat im Vergleich zu Typ 4 bei längerer Scherfläche einem geringfügig größeren Verschiebungsmodul. K_{ser} nimmt mit größer werdenden Zahntiefe zu.

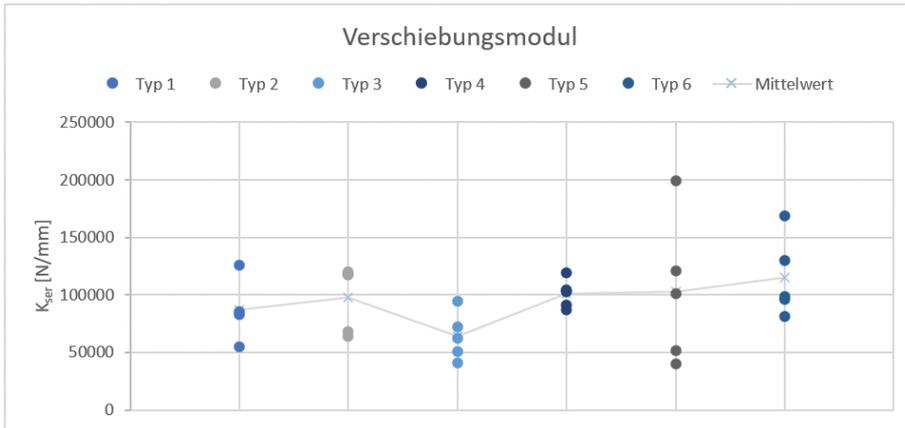


Abb.- 6-27 Verschiebungsmodul K_{ser} der Prüfkörper⁹

Materialkennwerte der Prüfkörper

Die mittlere Rohdichte ρ_m in $[\text{kg}/\text{m}^3]$ bei einer Holzfeuchte $\omega \approx 12\%$ der einzelnen Prüfkörper ist in Abb.- 6-28 dargestellt. Die mittlere Rohdichte eines Prüfkörpers ist dabei der Mittelwert der Rohdichten der drei Einzelteile eines Prüfkörpers. Für jeden Prüfkörpertyp sind die Rohdichten der einzelnen Prüfkörper übereinander aufgereiht. Außerdem ist in dieser Abbildung der Mittelwert jeder Versuchsreihe markiert. Die hellgraue Linie verbindet die Mittelwerte der Versuchsreihen, um eine Tendenz der mittleren Rohdichte im Vergleich zu den anderen Prüfkörpertypen erkennbar zu machen. Die niedrigste Rohdichte beträgt $\rho_m = 367,7 \text{ kg}/\text{m}^3$ und wird Typ 3 Nr. 4 zugeordnet. Prüfkörpertyp 3 hat mit $410,7 \text{ kg}/\text{m}^3$ im Vergleich zu den anderen Prüfkörpertypen die niedrigste mittlere Rohdichte. Die höchste Rohdichte beträgt bei Typ 5 Nr. 3 $503,1 \text{ kg}/\text{m}^3$. Die höchste mittlere Rohdichte hat Prüfkörpertyp 5 mit $462,3 \text{ kg}/\text{m}^3$. Der Mittelwert aller Prüfkörper beträgt $440,4 \text{ kg}/\text{m}^3$.

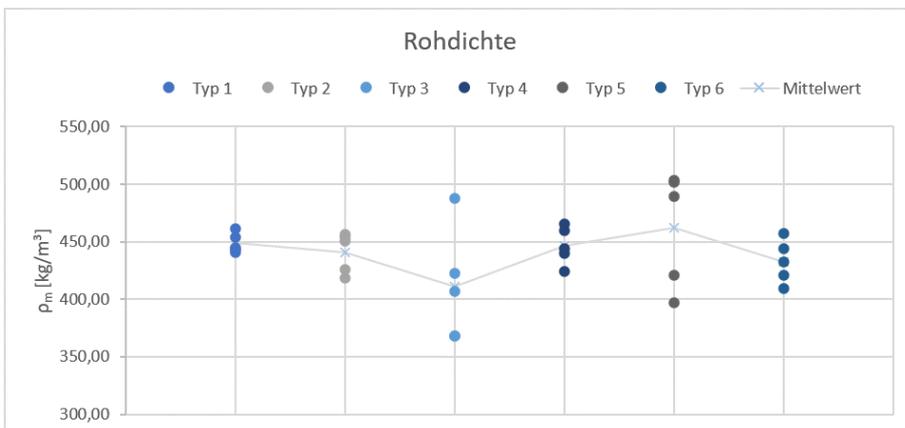


Abb.- 6-28 Rohdichte ρ_m der Prüfkörper bei einer Holzfeuchte $\omega \approx 12\%$ ⁹

Die Druckfestigkeit f_c in N/mm^2 der Prüfkörper wird anhand der Bruchlasten F_{max} und der zuvor gemessenen Druckflächen der Zähne bestimmt. Dabei wird die Bruchlast gleichmäßig auf die zwei Druckkontaktflächen verteilt. Die Druckfestigkeit der einzelnen Prüfkörper stellt somit den Mittelwert aus den Druckfestigkeiten der drei Einzelteile eines Prüfkörpers dar. Abb.- 6-29 zeigt die Druckfestigkeit der Prüfkörper analog zur Abb.- 6-28. Die Druckfestigkeit liegt in einem Bereich von $20,6 \text{ N}/\text{mm}^2$ bis $29,9 \text{ N}/\text{mm}^2$. Die niedrigste mittlere Druckfestigkeit weist dabei Prüfkörpertyp 2 mit $f_{c,m} = 23,67 \text{ N}/\text{mm}^2$ auf. Die höchste mittlere Druckfestigkeit weist Prüfkörpertyp 5 mit $f_{c,m}$

=27,04 N/mm² auf. Die charakteristische Druckfestigkeit aller Prüfkörper beträgt im Mittel $f_{c,k}$ =20,66 N/mm².

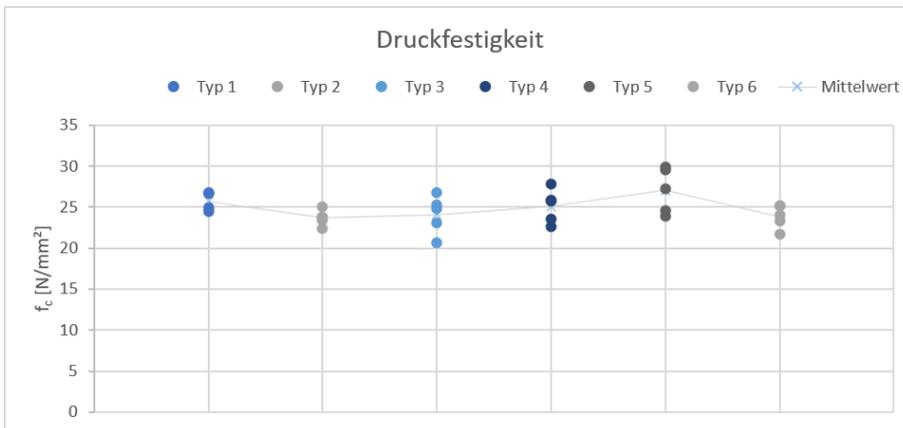


Abb.- 6-29 Druckfestigkeit der Prüfkörper⁹

Die Schubfestigkeit f_v in N/mm² wird analog zur Druckfestigkeit mit der an den Prüfkörpern gemessenen Scherflächen bestimmt. Die Kraft wird gleichmäßig auf beide Scherflächen verteilt. Auch hier wird wie in Kapitel 6.2.2 die Länge der Scherfläche auf $8 \cdot t_v$ begrenzt. Die Schubfestigkeit liegt in einem Bereich von 2,6 N/mm² bis 3,7 N/mm². Die niedrigste mittlere Schubfestigkeit weisen Prüfkörpertyp 2 und 6 mit jeweils $f_{v,m}$ =2,99 N/mm² auf. Die höchste mittlere Schubfestigkeit weist Prüfkörpertyp 5 mit $f_{v,m}$ =3,38 N/mm² auf. Die mittlere, charakteristische Schubfestigkeit aller Prüfkörper beträgt $f_{v,k}$ =2,6 N/mm².

Werden in Abb.- 6-28 bis Abb.- 6-30, welche die Rohdichte, Druckfestigkeit und Schubfestigkeit darstellen, miteinander verglichen, fällt zum einen auf, dass in allen drei Diagrammen Typ 3 und Typ 5 eine größere Streuung aufweisen als die anderen Prüfkörpertypen. Der Variationskoeffizient der Rohdichte, Druck- und Schubfestigkeit von Typ 3 und Typ 5 liegt bei ungefähr 10 %. Typ 4 hat im Vergleich zur Rohdichte bei Druck und Schubfestigkeit ebenfalls eine größere Streuung (Variationskoeffizient der Druck- und Schubfestigkeit von 8 % und Variationskoeffizient der Rohdichte von 3,3 %). Zum anderen fällt auf, dass bei allen drei zuvor genannten Materialkennwerten Typ 3 Nr. 4 den Minimalwert und Typ 5 Nr. 3 und 5 den Maximalwert darstellen.

Die charakteristischen Werte wurden nach EN 14358 bestimmt.

Diskussion zum Einfluss der Materialkennwerte auf die Versuchsergebnisse

Die mittlere Rohdichte aller Prüfkörper beträgt ρ_m =440,4 kg/m³. Dieser Wert liegt somit etwas über dem Mittelwert der Rohdichte nach EN 338 für Nadelholz der Festigkeitsklasse C24, welcher nach dieser Norm ρ_m =420 kg/m³ beträgt. Die Abweichung kann durch kleinere Äste in den Proben für die Bestimmung der Rohdichte und Prüfkörper mit Druckholzanteil erklärt werden, da beides die Rohdichte erhöht. Der Anteil an Ästen und an Druckholz kann auch die Begründung sein, warum die Rohdichte von Typ 3 und Typ 5 mit einem Variationskoeffizienten von ca. 10 % im Vergleich zu den anderen Prüfkörpertypen am meisten streut.

Die charakteristische Druckfestigkeit aller Prüfkörper beträgt im Mittel $f_{c,k}$ =20,66 N/mm². Das entspricht der charakteristischen Druckfestigkeit von C24, welche nach EN 338 $f_{c,k}$ =21 N/mm² beträgt.

Die charakteristische Schubfestigkeit aller Prüfkörper beträgt $f_{v,k}=2,6 \text{ N/mm}^2$. Sie liegt somit unter $f_{v,k}=4 \text{ N/mm}^2$, dem charakteristischen Wert der Schubfestigkeit nach EN 338. Mithilfe der Bruchbilder konnte bestimmt werden, dass die vorherrschende Versagensform Scherversagen oder eine Kombination aus Scher- und Druckversagen war. Doch werden die zuvor genannten charakteristischen Schubfestigkeiten miteinander verglichen, dann hätten die Prüfkörper nicht auf Abscheren versagen sollen. Im Folgenden wird nach einer Begründung für diese Abweichung gesucht.

Da die mittlere Rohdichte der Prüfkörper ungefähr der mittleren Rohdichte nach EN 338 entspricht, kaum Trocknungsrisse in den Prüfkörpern vorhanden waren und die Anzahl an Ästen in den Prüfkörpern den Anforderungen von C24 entspricht, kann das verfrühte Versagen durch eine minderwertige Qualität des Holzes ausgeschlossen werden. In den Prüfkörpern wurden zudem keine durch die Herstellung bedingten Kerben festgestellt, die als Sollbruchstellen gedient haben könnten. Auch wurde kein Versagen durch Querkzugspannungen beobachtet. Deshalb wird vermutet, dass der Wert nach EN 338 für Fichtenholz zu hoch angesetzt wurde.

Da alle Prüfkörper ungefähr die gleiche Schubfestigkeit aufweisen (Abb.- 6-30), konnte trotz längerer Scherflächen nicht verhindert werden, dass die Zähne nicht abscheren. Es konnte somit kein Druckversagen erzwungen werden. Die Scherflächenlänge zur Berechnung der Schubfestigkeit wurde auf $8 \cdot t_v$ begrenzt. Wäre immer die ganze Zahnlänge angesetzt worden, hätten die Prüfkörpertypen 2, 3 und 5, deren Zahnlängen länger als $8 \cdot t_v$ waren, eine niedrigere Schubfestigkeit aufgewiesen. Dies zeigt, dass der Ansatz richtig ist, in welchem die Scherflächen auf Grund der hohen Schubspannungskonzentration an der Lasteinleitung nur über eine Länge bis $8 \cdot t_v$ als konstant angenommen werden können. Dies hatte zuvor auch die numerische Simulation bestätigt.

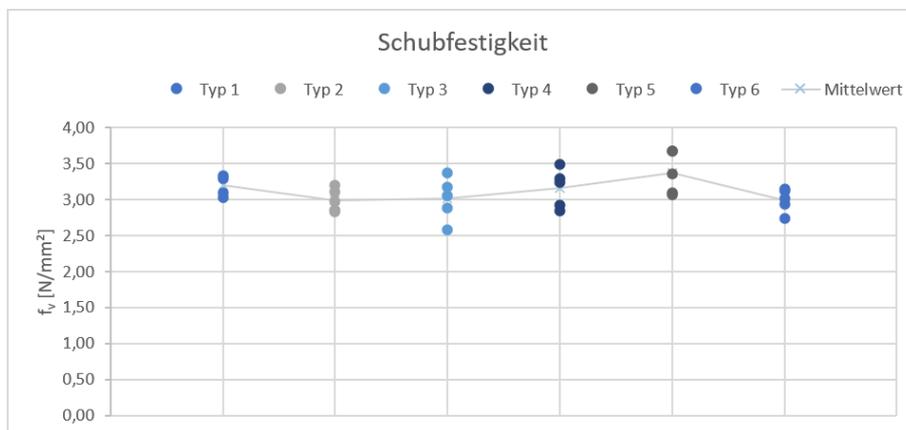


Abb.- 6-30 Schubfestigkeit der Prüfkörper⁹

Anhand Abb.- 6-28 bis Abb.- 6-30 wurde festgestellt, dass die Rohdichte, Druck- und Schubfestigkeit von Prüfkörpertyp 3 und Prüfkörpertyp 5 alle einen Variationskoeffizienten von ca. 10 % haben. Daraus kann geschlossen werden, dass die Festigkeiten von der Rohdichte abhängen. Jedoch haben die Druck- und Schubfestigkeiten von Prüfkörpertyp 4 ebenfalls eine höhere Streuung als die anderen Prüfkörpertypen (Typ 1, Typ 2 und Typ 6). Das bedeutet, dass die Rohdichte nicht alleine für die Streuung von Druck- und Schubfestigkeit verantwortlich ist. Auch Äste und andere Holzfehler können die Druck- und Schubfestigkeit beeinflussen.

Wird die Bruchlast und das Verschiebungsmodul mit der Rohdichte und den Festigkeiten der Prüfkörper verglichen, ist zu erkennen, dass Rohdichte, Druck- und Schubfestigkeit der Prüfkörpertypen 2 und 3 geringer sind als die Rohdichte und die Festigkeiten von Prüfkörpertyp 1. Damit kann die Abnahme der Bruchlast und des Verschiebungsmoduls bei längerer Zahnlänge erklärt werden. Die Versuchsergebnisse werden nicht auf die Rohdichte bezogen, da die meisten Prüfkörper an Fehlstellen (z.B. Äste) im Zahnbereich versagt haben. Auf Grund der Korrelation von der Rohdichte und den Versuchsergebnissen wird vermutet, dass die Bruchlast und das Verschiebungsmodul der Prüfkörper mit gleicher Zahntiefe ungefähr gleich sein sollte.

Einfluss von t_v , l_v und α auf die Versuchsergebnisse

Anfangs stellte sich die Frage, welchen Einfluss die Zahnlänge l_v und die Zahntiefe t_v auf das Verschiebungsmodul haben. Der Einfluss von α wurde in Kapitel 6.2.2 bestimmt. Zum Einfluss der Zahnlänge konnte anhand Abb.- 6-31 keine eindeutige Aussage getroffen werden. Es ist somit keine positive oder negative Tendenz feststellbar. Daraus kann geschlossen werden, dass eine Scherfläche als $l_v > 8 \cdot t_v$ nicht besser in Bezug auf das Verschiebungsmodul eines Zahnpaars ist. Eine Vorholzlänge, wie sie beim Versatz erforderlich ist, ist daher nicht nötig.

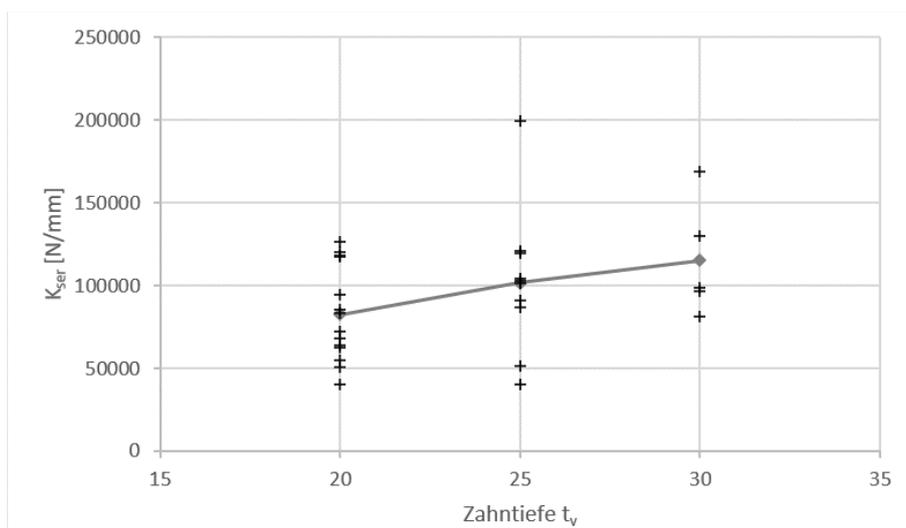


Abb.- 6-31 Einfluss der Zahntiefe t_v auf den Verschiebungsmodul eines Zahnpaars⁹

Der Einfluss der Zahntiefe t_v wird in Abb.- 6-31 gezeigt. In dieser Abbildung ist das Verschiebungsmodul der Prüfkörper nach der Zahntiefe sortiert aufgetragen. Die Mittelwerte je Zahntiefe sind über eine Kurve mit einander verbunden. Es ist zu erkennen, dass je größer die Zahntiefe ist desto größer ist der Verschiebungsmodul. Der Knick der Mittelwertkurve bei $t_v = 25$ mm zeigt, dass der Zusammenhang zwischen t_v und K_{ser} nicht proportional ist.

Das Verschiebungsmodul wird jedoch nicht lokal für ein Zahnpaar gesucht, sondern global für Zahnbalken, bei welchen in der Verbundfuge mehrere Zähne in Reihe geschaltet wirken. Deshalb wird im Folgenden das Verschiebungsmodul auf einen Meter pro Verbundfuge bezogen. Dazu wird bestimmt wie viele Zähne pro Meter eines Prüfkörpertyps in einem Balken vorkommen. Die Anzahl der Zähne wird mit K_{ser} der Versuchsergebnisse multipliziert.

In Abb.- 6-32 ist das Verschiebungsmodul pro Meter für jeden Prüfkörpertyp dargestellt. Dabei ist für jeden Prüfkörpertyp eine obere und untere Schranke angegeben. Die untere Schranke gibt K_{ser} an, wenn sich die zwei parallelen Zähne wie zwei parallele Federn verhalten würden. Dafür müssten die Zähne ein rein elastisches Materialverhalten aufweisen. Die Annahme rein

elastischer Federn kann mit der Kraft-Weg-Kurve begründet werden, welche im maßgebenden Bereich von $0,4 F_{est}$ linear ansteigt. Für parallel geschaltete Federn gilt: $\varepsilon_{ges} = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$ und $\sigma_{ges} = \sigma_1 + \sigma_2$, sodass die Verschiebung bei nur einem Zahn mit halber Last gleichbleiben würde.

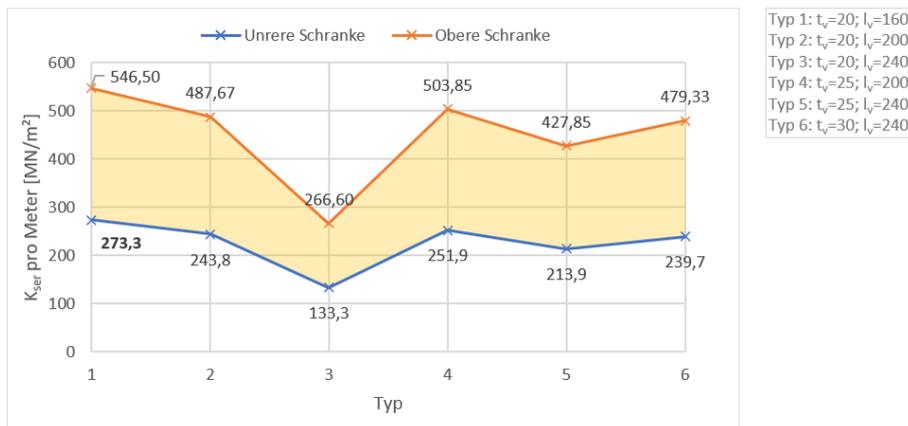


Abb.- 6-32 Verschiebungsmodul pro Meter⁹

K_{ser} halbiert sich mit dieser Annahme. Da sich die Verformung bei Entlastung nicht wieder wie bei einer Feder vollständig, sondern nur geringfügig verringert, kann kein reines elastisches Verhalten zu Grunde gelegt werden. Die obere Schranke bildet den Fall ab, dass ein Zahn genauso steif ist, wie zwei Zähne, sodass sich bei halber Last auch nur die halbe Verschiebung einstellen würde. Unter dieser Annahme würde K_{ser} gleich groß bleiben. Dies ist jedoch unwahrscheinlich. Auf der sicheren Seite wird der Wert der unteren Schranke für weitere Berechnungen gewählt.

In Abb.- 6-32 ist unabhängig von der oberen oder unteren Schranke zu erkennen, dass Prüfkörpertyp 1 vor Prüfkörpertyp 4 und Prüfkörpertyp 6 den höchsten Wert pro Meter erzielt. Zu sehen ist auch, dass die drei Prüfkörpertypen mit einer Zahnlänge $l_v = 8 \cdot t_v$ höhere Ergebnisse haben als die Prüfkörpertypen mit gleicher Zahntiefe aber größerer Zahnlänge. Daran ist zu erkennen, dass sich eine größer werdende Zahntiefe global auf den Zahnbalen bezogen negativ auf K_{ser} auswirkt.

Ob der Faserlastwinkel einen Einfluss auf das Verschiebungsmodul hat, kann mit diesen Versuchen, wie zuvor in Abschnitt 5.2.1 beschrieben, nicht beurteilt werden. Das wird mit dem Widerspruch, dass bei den Prüfkörpertypen mit $t_v = 20$ mm mit abnehmendem Faserlastwinkel die mittlere Bruchlast abnimmt und bei den Prüfkörpertypen mit $t_v = 25$ mm mit ebenfalls abnehmendem Faserlastwinkel die mittlere Bruchlast zunimmt, bestätigt.

Wahl der effektivsten Zahngeometrie

Die bisherigen Untersuchungen haben gezeigt, dass Abscheren oder eine Kombination aus Abscheren und Druckversagen der Zähne die maßgebenden Versagensformen sind. Demnach sollte die Scherflächenlänge für eine maximale Tragfähigkeit so groß wie möglich gewählt werden. Die Versuchsergebnisse haben gezeigt, dass eine Scherflächenlänge $l_v > 8 \cdot t_v$ zu keiner höheren Tragfähigkeit führt und somit $l_v = 8 \cdot t_v$ betragen sollte. Außerdem steigt die Tragfähigkeit größerer Zahntiefen t_v nur unterproportional an, sodass eine kleinere Zahntiefe zu einem größeren Verschiebungsmodul pro Meter führt, da insgesamt mehr Zähne in der Verbundfuge zur Übertragung von Schubspannungen wirken. Abschließend wird für weitere Untersuchungen die Zahngeometrie von Prüfkörpertyp 1 ($t_v = 20$ mm; $l_v = 160$ mm) empfohlen.

Vergleich mit den Versuchsergebnissen von Rug u. a.¹

In diesem Abschnitt werden die Versuchsergebnisse mit denen von Rug u. a.¹ verglichen. Nach Rug u. a.¹ beträgt der mittlere $K_{ser} = 35716,30$ N/mm für eine Zahngeometrie mit $t_v = 36$ mm und $l_v = 800$ mm und $K_{ser} = 29333,33$ N/mm für eine Zahngeometrie mit $t_v = 18$ mm und $l_v = 400$ mm. Somit erzielen Rug u. a.¹ bei ähnlichem Versuchsaufbau nur halb so große Ergebnisse für den Verschiebungsmodul K_{ser} . Das kann daran liegen, dass Rug u. a.¹ Kiefernholz anstatt Fichtenholz mit einer höheren Festigkeit ($\rho_k = 469,28$ N/mm) verwendet haben. Die geschätzte Höchstlast F_{est} beträgt bei Rug u. a.¹ 525 kN. Dadurch erreichten sie meistens die 15 mm Verformung oder die Prüfkörper versagten auf abscheren. Dabei stellten Rug u. a.¹ fest, dass sich der Scherbruch im Bereich von Splintholz befindet, welches bei Kiefernholz eine geringere Festigkeit hat als Kernholz. Die Querschnitte waren bei den Versuchen von Rug u. a.¹ so groß, dass nicht nur Kernholz für die Prüfkörper verwendet werden konnte. Der Unterschied zu den Versuchen von Rug u. a.¹ zeigt, dass K_{ser} nicht auf andere Holzarten übertragbar ist.

6.4.6. Ergänzende Schubprüfungen mit optimaler Zahngeometrie

Für ein aussagekräftiges Ergebnis wurden ergänzende Prüfungen zur Ermittlung von K_{ser} des Prüfkörpertyps 1 durchgeführt. Nach EN 14592 Tabelle 2 bis 6 umfasst der Stichprobenumfang zur experimentellen Bestimmung von mechanischen Eigenschaften mindestens 10 Prüfkörper. In den ergänzenden Prüfungen wurden weitere 10 Prüfkörper getestet. Die Versuche wurden analog zu den Versuchen in Kapitel 6.5 durchgeführt.

Für F_{est} wurde für die ersten drei Versuchsdurchgänge der ergänzenden Prüfungen $F_{est} = 112,8$ kN gewählt. Dies entspricht dem Wert, der in den vorangegangenen Prüfungen verwendet wurde. Nachdem bei Prüfkörper Nr. 7 und Nr. 8 F_{max} sehr niedrig im Vergleich zu den vorangegangenen Prüfungen ist, wurde für alle nachfolgenden Prüfungen $F_{est} = 105,4$ kN gewählt. Dieser Wert entsprach dem Mittelwert der maximalen Lasten aller bisherigen Prüfungen.

In Abb.- 6-33 sind die Kraft-Weg-Kurven der einzelnen Prüfkörper des Typs 1 dargestellt. Insgesamt liegen 14 Ergebnisse vor. Die farbigen Kurven sind die Kraft-Weg-Kurven der ergänzenden Prüfungen. Zu erkennen ist, dass nur die beiden grünen Kurven eine mit den ursprünglichen Prüfungen vergleichbare Maximallast erreicht haben. Die Maximallast der meisten ergänzenden Prüfungen liegt unter dem Mittelwert der ursprünglichen Prüfungen. Der letzte Prüfkörper erzielte die höchste Maximallast. Dieser Prüfkörper hatte einen verstärkend wirkenden Ast im Zahn IV.

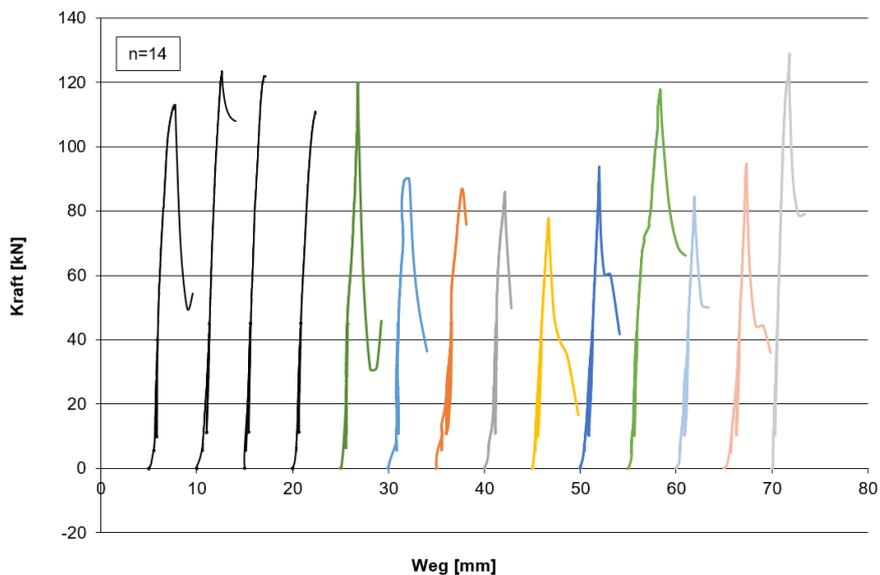


Abb.- 6-33 Kraft-Weg-Diagramm Typ 1. Schwarze Kurven: Ursprüngliche Prüfungen; Farbige Kurven: Ergänzenden Prüfungen⁹

Tabelle 6-12 Vergleich der ergänzenden mit der ersten Prüfung von Typ 1

	n	$K_{ser,m}$ [N/mm]	Abweichung	ρ_m [kg/m ³]	$f_{c,m}$ [N/mm ²]	$f_{v,m}$ [N/mm ²]
Erste Prüfung	4	87 440.60		450,17	25,72	3,20
5% Quantil				391,20	22,33	2,78
Ergänzende Prüfung	10	86 027.80	1,62%	424,76	22,24	2,77
Gesamt (beide Prüfetermine)	14	86 431.50	1,15%	432,02	23,23	2,90
Gesamt (ohne Min / Max & ohne Nr.10 & Nr.15)	10	76 312.30	12,73%	437,87	23,21	2,89
5% Quantil				393,99	17,37	2,18

Die Prüfkörper der ergänzenden Prüfungen versagten alle durch Abscheren zweier Zähne. Vereinzelt war leichtes Ineinanderstanzen erkennbar. Die Kraft-Weg-Kurve von Prüfkörper 7 (blaue Kurve bei 30 mm Weg in Abb.- 6-33) deutet auf kombiniertes Druck-Schub-Versagen hin. Am Seitenteil A im Zahn III des zugehörigen Prüfkörpers sind die Fasern unterhalb eines Astes geknickt, bevor es zum Versagen durch Abscheren der Zähne kam. In der Arbeitskurve ist das an dem abgeflachten Peak zu erkennen.

In der Auswertung wurden Nr. 10 und Nr. 15 nicht gewertet, da die Maximallast F_{max} mehr als 20 % von der geschätzten Maximallast F_{est} abwich. Wenn die beiden Versuchsergebnisse ausgeschlossen werden, haben die restlichen Versuchsergebnisse des K_{ser} einen Variationskoeffizienten von 75 %. Die Ergebnisse von K_{ser} liegen in einem Bereich von 353 kN/mm und 2750 kN/mm. Da die Ergebnisse so sehr streuen, werden der Maximal-(Nr. 6) und Minimalwert (Nr. 8) ebenfalls nicht gewertet. Dadurch verringert sich der Variationskoeffizient auf 50 %.

In Tabelle 6-12 sind die Ergebnisse aus der ersten Prüfung mit den Ergebnissen aus den Nachprüfungen gegenübergestellt. Die erste Prüfung umfasst Ergebnisse von vier Prüfkörpern. Die ergänzende Prüfung umfasst 10 Ergebnisse. Das mittlere Verschiebungsmodul beider Prüfungen weicht nur um 1,62 % voneinander ab. Die mittlere Rohdichte sowie die Druck- und Schubfestigkeiten der ergänzenden Prüfungen sind niedriger.

Auf der sicheren Seite liegend, wurden die Versuchsergebnisse von Nr. 6, Nr. 8, Nr. 10 und Nr. 15 wie oben beschrieben nicht gewertet. Es wurden somit 10 von 14 Ergebnisse zur Bestimmung von K_{ser} berücksichtigt. Dadurch verringert sich das mittlere Verschiebungsmodul um 12,73 % im Vergleich zu dem Ergebnis der ersten Prüfung. In grauer Schrift sind zudem die 5 %- Quantile der ersten Prüfung und die gewerteten Ergebnisse angegeben.

Tabelle 6-13 zeigt die Versuchsergebnisse aller Prüfungen des Typs 1. Die nicht gewerteten Ergebnisse sind rot markiert. Die ergänzenden Prüfungen beginnen bei Nr.6. In dieser Tabelle ist zu erkennen wie sehr das Verschiebungsmodul in den ergänzenden Prüfungen streut. Das Verschiebungsmodul hängt von der Anfangsverschiebung und der zugehörigen Last ab. Die Streuung des Verschiebungsmoduls der ergänzenden Prüfungen kann damit erklärt werden, dass die Rohdichte der einzelnen Teilkörper der Prüfkörper teilweise sehr unterschiedlich ist und die Verbindung dadurch nicht so steif ist. Für die Nachgiebigkeit der Verbindung kommt es auch auf die Jahresringlage der Zähne zu einander an. Es könnte sein, dass diese ungünstig zu einander standen. Auch ist die mittlere Rohdichte der Prüfkörper der ergänzenden Prüfungen geringer als die der ersten Prüfungen.

Zusammenfassend ergeben die Versuche für Prüfkörpertyp 1 mit einer Zahntiefe von 20 mm und einer Zahnlänge von 160 mm folgende Werte:

- Verschiebungsmodul für ein Zahnpaar $K_{ser} = 76312, 3\text{N/mm}$
- Verschiebungsmodul eines Zahns $K_{ser}/2 = 38 156\text{N/mm}$
- Verschiebungsmodul pro Meter $K_{ser}/\text{Meter} = 238, 5\text{MN/m}^2$

Tabelle 6-13 Übersicht der Versuchsergebnisse von Typ 1

Nr.	Höchstlast	Verschiebung bei F_{max} zug. v [mm]	geschätzte Höchstlast F_{est} [kN]	Anfangsverschiebung		Verschiebungs- modul K_{ser} [N/mm]	mittlere Rohdichte ρ_m [kg/m ³]	mittlere Druckspannung $f_{c,m}$ [N/mm ²]	mittlere Schubspannung $f_{v,m}$ [N/mm ²]
	F_{max} [kN]			$v_1 = v_{04}$ [mm]	v_{01} [mm]				
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	112,95	2,74	100	0,89	0,66	126 156.43	440,58	24,51	3,08
3	123,48	2,63	112,8	1,32	0,71	54 921.69	445,06	26,78	3,33
4	122,02	2,04	112,8	0,60	0,19	83 208.34	461,45	26,65	3,29
5	110,99	2,37	112,8	0,85	0,45	85 476.13	453,59	24,92	3,12
6	119,82	1,81	112,8	0,71	0,59	274 898.46	415,98	26,59	3,39
7	90,24	2,06	112,8	1,02	0,81	164 072.73	432,38	20,29	2,57
8	86,94	2,68	112,8	1,54	0,58	35 329.12	390,90	20,21	2,42
9	85,90	2,15	105,4	1,24	0,71	59 846.69	418,82	19,90	2,40
10	77,80	1,72	105,4	0,92	0,41	61 267.20	409,95	17,52	2,19
11	93,79	1,97	105,4	1,27	0,54	43 264.69	451,80	21,05	2,63
12	117,84	3,37	105,4	0,91	0,40	61 963.55	411,36	27,76	3,41
13	84,51	1,92	105,4	1,24	0,53	44 378.95	429,25	18,92	2,40
14	94,68	2,35	105,4	1,58	0,79	39 833.71	434,39	21,31	2,72
15	128,96	1,83	105,4	0,57	0,15	75 423.09	452,82	28,81	3,61
Min	84,5	1,9		0,6	0,2	39 833.70	411,4	18,9	2,4
Max	123,5	3,4		1,6	0,8	164 072.70	461,5	27,8	3,4
Mittelwert	103,6	2,4		1,1	0,6	76 312.30	437,9	23,2	2,9
Standardabweichung	14,5	0,4		0,3	0,2	38 334.00	15,0	3,1	0,4
Variationskoeffizient	14,0%	18,0%		25,0%	31,9%	50,2%	3,4%	13,4%	12,9%
5% Quantilwert							394,0	17,47	2,18

Zur Lagesicherung wurden die einzelnen Balkenlagen mit sechs „Schrauben“ aus Vollholz verbunden. Die Schrauben sind Laubholzdübel aus Buchenholz mit eingefrästem Gewinde und entsprechen den Anforderungen der ETA-17/0745 des Herstellers holzius GmbH. Die Laubholzdübel haben einen Durchmesser von 25 mm. In Abb.- 6-35 ist die Position der Schrauben dargestellt.

Insgesamt wurden sechs Prüfkörper getestet. Vorab der Prüfungen wurden die Prüfkörper mit Messschiebern und einem Bandmaß vermessen. Dabei stellte sich heraus, dass nur fünf der sechs Prüfkörper der Festigkeitsklasse C24 entsprechen. Prüfkörper Nr. 6 hatte in der unteren Balkenlage auf halber Höhe und Spannweite einen Ast mit einem Durchmesser größer 5 cm. Die Querschnittshöhe nach der Bearbeitung beträgt 130 mm. Der Astdurchmesser ist größer als $\frac{2}{3} \cdot h$. Deshalb entsprach Prüfkörper Nr. 6 nach Bearbeitung nach DIN 4074-1 der Sortierklasse S7 und ist damit nach EN 1912 der Festigkeitsklasse C18 zuzuordnen.

Des Weiteren war Prüfkörper Nr. 2 durch den Transport an der unteren Balkenlage im Bereich des Auflagers und mittig in der Zugzone beschädigt.

Die Prüfkörper Nr. 1 und Nr. 2 wiesen zwischen der Verzahnung Fugen auf. Die anderen Prüfkörper waren fugenfrei, da sie mit einer neueren Abbundanlage hergestellt wurden.

Die Holzfeuchte der Prüfkörper wurde mit dem Einschlagelektroden-Holzfeuchtemessgerät „Hydromette HT85“ an insgesamt sechs Stellen unmittelbar vor der Prüfung gemessen. Die Holzfeuchte wurde jeweils in der oberen und unteren Balkenlage im Abstand von 600 mm zu den Balkenenden und in Balkenmitte gemessen. Aus den sechs Einzelmessungen wurde ein Mittelwert für jeden Prüfkörper gebildet.

Vor den Prüfungen wurden zwei Prüfkörper für sechs Tage unter den Umgebungsbedingungen der Versuchshalle gelagert. Die anderen vier Prüfkörper wurden direkt nach ihrer Anlieferung geprüft.

6.5.2. Versuchsaufbau

Für die Versuchsvorbereitung- und Durchführung wurden folgende Mess- und Prüfmittel verwendet:

- Messschieber Mitutoyo Digimatic Caliper, 150 mm
- Messschieber Mitutoyo Digimatic Caliper, 300 mm
- Bandmaß BMI 500, 5 m
- Holzfeuchtemessgerät Gann Hydromette HT 85
- Keyence optische Wegaufnehmer IL-300
- Kraftmessdose Hersteller GTM, Nennlast 150 kN

Der Versuchsaufbau ist in Abb.- 6-36 dargestellt. An einem Stahlrahmen wurde die hydraulische Prüfmaschine befestigt. Die Belastung wurde mit einer Kraftmessdose erfasst, welche eine Nennlast von 150 kN hatte. In der Balkenmitte wurde die vertikale Verschiebung der Unterkante des Prüfkörpers mit zwei externen, lasergesteuerten Wegaufnehmer aufgenommen. Abb.- 6-36 (a) zeigt einen Detailausschnitt des Versuchsaufbaus, auf dem die Anordnung der Wegaufnehmer und deren Messpunkte erkennbar ist. Die Lagerung der Prüfkörper war gelenkig. Der Abstand der Auflager zueinander betrug 3900 mm. Die Last wurde über einen Stahlträger gleichmäßig

an zwei Lasteinleitungspunkten flächig über die gesamte Bauteilbreite in den Prüfkörper eingeleitet. Ein Detail der Lasteinleitung ist in Abb.- 6-36 (b) dargestellt. Der Abstand zwischen den Lasteinleitungspunkten betrug 1560 mm. Der Abstand der Lasteinleitungspunkte zu den Auflagerpunkten betrug 1170 mm.

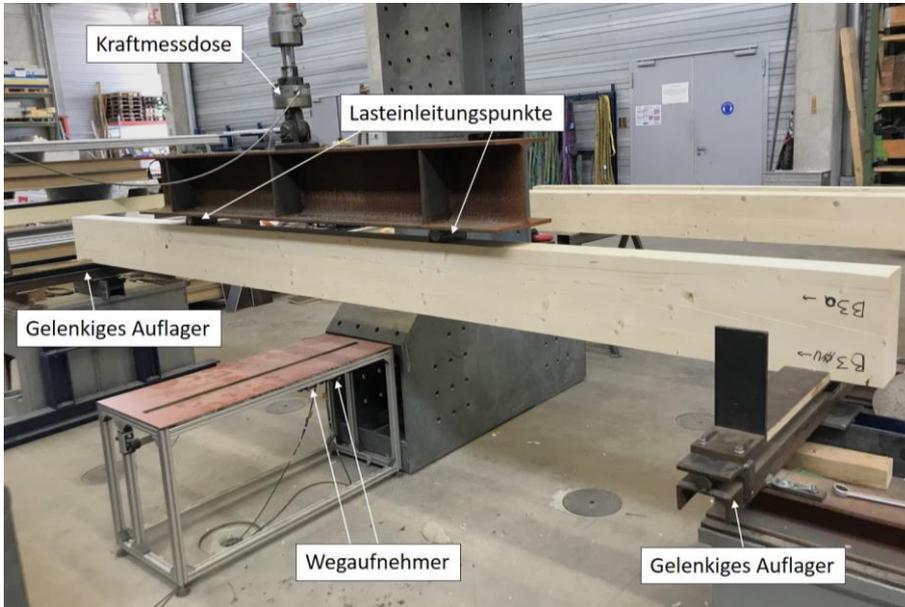
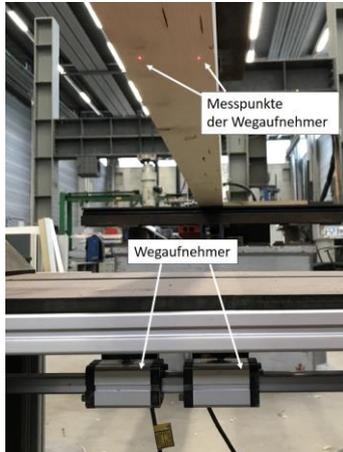


Abb.- 6-36 Versuchsaufbau zur Bestimmung des globalen Elastizitätsmodul



(a) Wegaufnehmer mit Messpunkten



(b) Lasteinleitung

Abb.- 6-37 Details des Versuchsaufbaus zur Bestimmung des globalen Elastizitätsmodul⁹

6.5.3. Versuchsdurchführung

Die Versuche wurden mit einer konstanten Belastungsgeschwindigkeit von $0,003 \cdot h = 46,8 \text{ mm/min}$ bis zum Versagen der Prüfkörper gefahren. Während dem Versuch wurde die Belastung und die Verformung aufgezeichnet. In der Versuchshalle herrschten zum Zeitpunkt der Prüfungen $21,4 \text{ °C}$ und ca. 54 % Raumluftfeuchte.

6.5.4. Versuchsergebnisse

Prüfkörper Nr. 1

Prüfkörper Nr. 1 hat durch Abscheren von sechs Zähnen auf der Seite einer Balkenhälfte versagt.



(a) Vorderseite



(b) Rückseite

Abb.- 6-38 Prüfkörper Nr. 1 - Abgescherte Verzahnung⁹

Tabelle 6-14 Prüfkörper Nr. 1 - Versuchsergebnisse der 4-Punkt-Biegeprüfung

Träger Nr.	Last F_{max} [N]	Durchbiegung zug. u_{max} [mm]	Globaler Elastizitätsmodul $E_{m,global}$ [N/mm ²]	Biege- Festigkeit f_m [N/mm ²]	Schub- Spannung f_v [N/mm ²]	Holzfeuchte HF_{mean} [%]
1	79.340	49,07	9.410	34,31	1,91	14,7

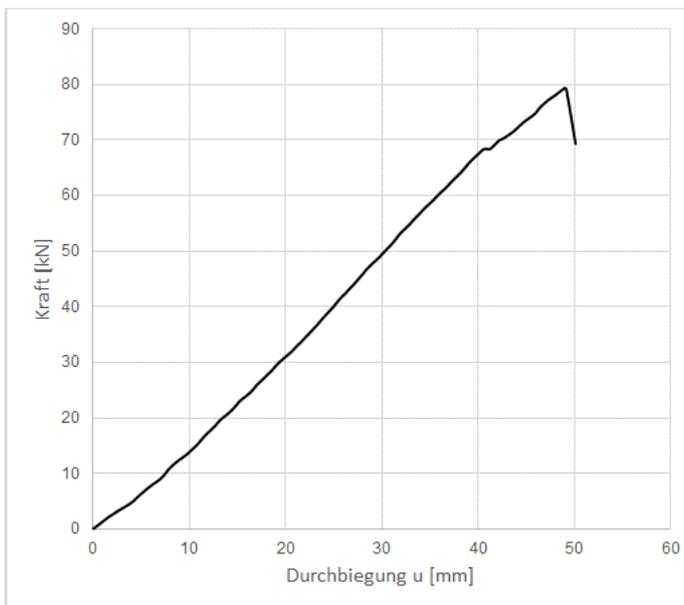


Abb.- 6-39 4-Punkt-Biegeprüfung – Kraft-Weg-Diagramm des Prüfkörpers Nr. 1⁹

Prüfkörper Nr. 2

Prüfkörper Nr. 2 hat zunächst durch einen Biegezugbruch unterhalb einem Lasteinleitungspunkt versagt. Der Bruch wurde durch einen Ast initiiert. Darauffolgend sind im Auflagerbereich auf einer Seite fünf Zähne abgeschert.



(a) Biegezugversagen bei Ast



(b) Abscheren der Zähne am Auflager

Abb.- 6-40 Prüfkörper Nr. 2 - Bruchbilder⁹

Tabelle 6-15 Prüfkörper Nr. 2 - Versuchsergebnisse der 4-Punkt-Biegeprüfung

Träger Nr.	Last F_{max} [N]	Durchbiegung zug. u_{max} [mm]	Globaler Elastizitätsmodul $E_{m,global}$ [N/mm ²]	Biege-Festigkeit f_m [N/mm ²]	Schub-Spannung f_v [N/mm ²]	Holzfeuchte HF_{mean} [%]
2	78.130	57,61	8.877	33,57	1,88	14,0

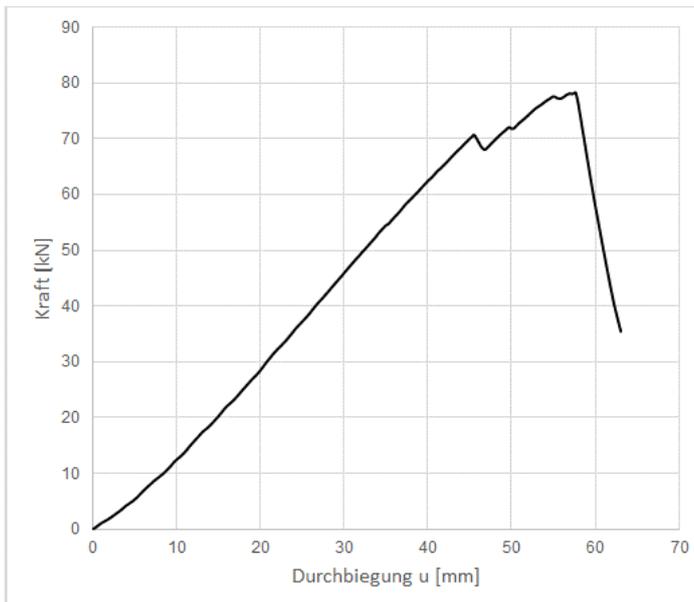


Abb.- 6-41 4-Punkt-Biegeprüfung – Kraft-Weg-Diagramm des Prüfkörpers Nr. 2⁹

Prüfkörper Nr. 3

Prüfkörper Nr. 3 hat durch eine Ringschale (Versagen entlang eines Jahrringes) versagt, welches auf zu schnelles Trocknen des Holzes hindeutet. Zur Untersuchung der Versagensursache wurde der Prüfkörper vor der ersten Schraube aufgesägt. Die Durchbiegung des Prüfkörpers mit 90,65 mm ist sehr groß. Der Prüfkörper wies eine mittlere Holzfeuchte $HF_{\text{mean}} = 20,2 \%$ auf. Auf Grund dieser hohen Holzfeuchte wurde dieser Prüfkörper nicht in der Auswertung gewertet.

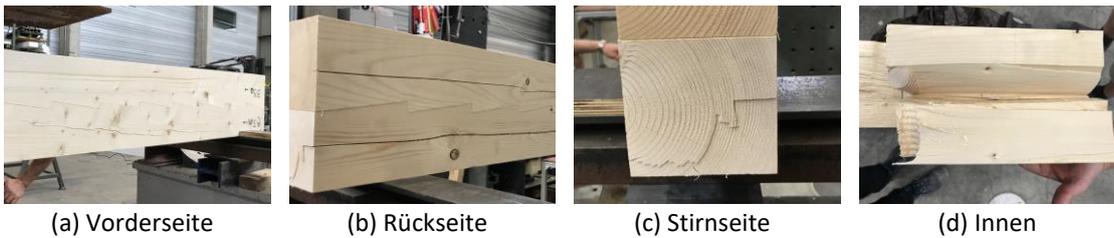


Abb.- 6-42 Prüfkörper Nr. 3 - Versagen durch eine Ringschale⁹

Tabelle 6-16 Prüfkörper Nr. 3 - Versuchsergebnisse der 4-Punkt-Biegeprüfung

Träger Nr.	Last F_{max} [N]	Durchbiegung zug. u_{max} [mm]	Globaler Elastizitätsmodul $E_{\text{m,global}}$ [N/mm ²]	Biege-Festigkeit f_{m} [N/mm ²]	Schub-Spannung f_{v} [N/mm ²]	Holzfeuchte HF_{mean} [%]
3	65.120	90,65	8.438	28,95	1,59	20,2

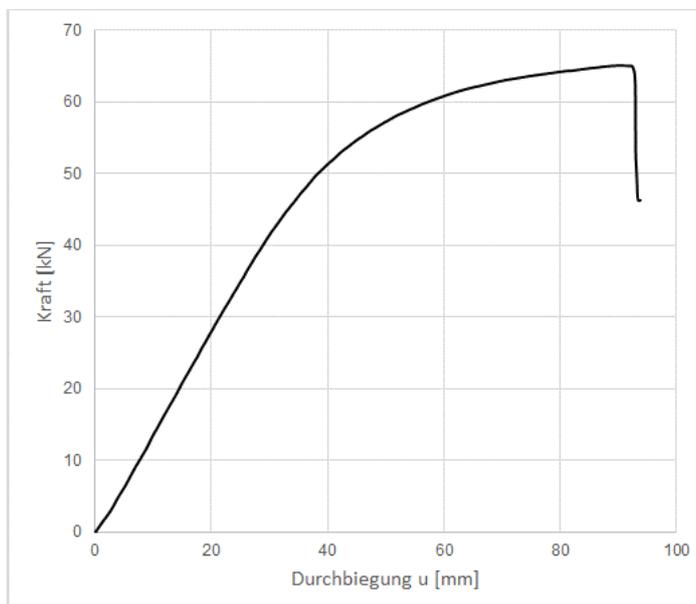


Abb.- 6-43 4-Punkt-Biegeprüfung – Kraft-Weg-Diagramm des Prüfkörpers Nr. 3⁹

Prüfkörper Nr. 4

Prüfkörper Nr. 4 hat durch einen Biegezugbruch, welcher durch einen Ast im Zugbereich und den Dübel initiiert wurde, versagt.



(a) Vorderseite



(b) Rückseite

Abb.- 6-44 Prüfkörper Nr. 4 - Biegezugversagen durch mehrere Äste in der Zugzone⁹

Tabelle 6-17 Prüfkörper Nr. 4 - Versuchsergebnisse der 4-Punkt-Biegeprüfung

Träger Nr.	Last F_{max} [N]	Durchbiegung zug. u_{max} [mm]	Globaler Elastizitätsmodul $E_{m,global}$ [N/mm ²]	Biege- Festigkeit f_m [N/mm ²]	Schub- Spannung f_v [N/mm ²]	Holzfeuchte HF_{mean} [%]
4	65.570	51,61	8.418	28,80	1,59	16,6

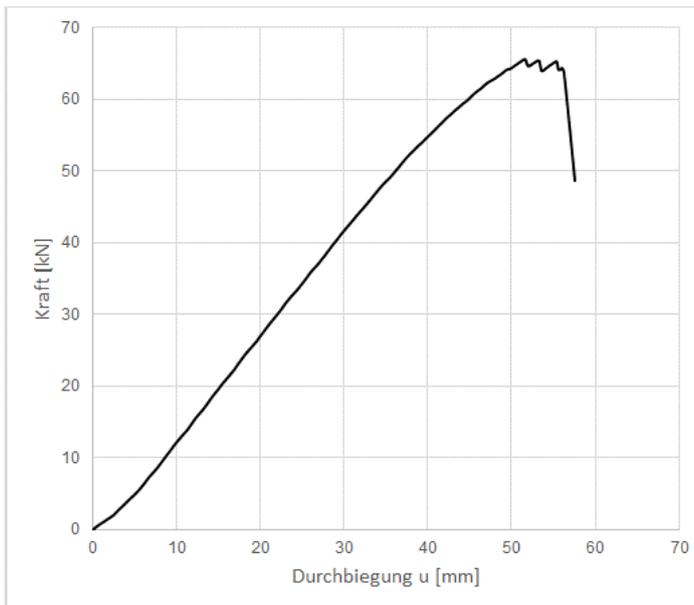


Abb.- 6-45 4-Punkt-Biegeprüfung – Kraft-Weg-Diagramm des Prüfkörpers Nr. 4⁹

Prüfkörper Nr. 5

Prüfkörper Nr. 5 hat schlagartig durch einen Sprödbbruch durch die Querschnittsschwächung durch den Holzdübel in der Zugzone auf Biegezugversagen versagt. Dieser Prüfkörper wurde auf Grund seiner hohen, mittleren Holzfeuchte von 17,5 % ebenfalls nicht in der Auswertung berücksichtigt.

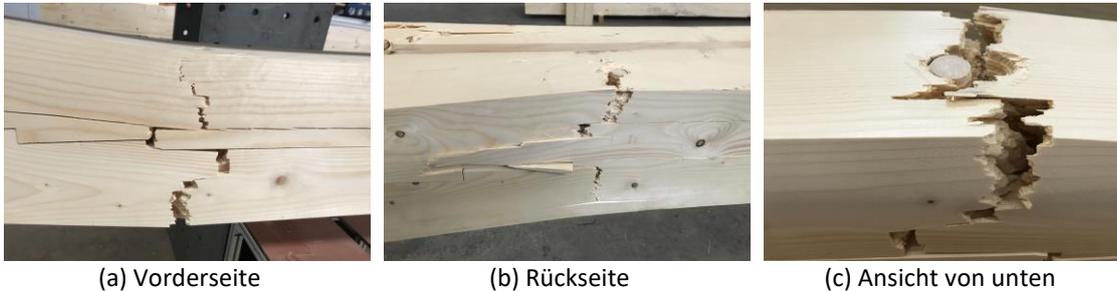


Abb.- 6-46 Prüfkörper Nr. 5 - Biegezugversagen in Form eines Sprödbrechens⁹

Tabelle 6-18 Prüfkörper Nr. 5 - Versuchsergebnisse der 4-Punkt-Biegeprüfung

Träger Nr.	Last F_{max} [N]	Durchbiegung zug. u_{max} [mm]	Globaler Elastizitätsmodul $E_{m,global}$ [N/mm ²]	Biege-Festigkeit f_m [N/mm ²]	Schub-Spannung f_v [N/mm ²]	Holzfeuchte HF_{mean} [%]
5	52.500	33,51	10.024	23,31	1,28	17,5

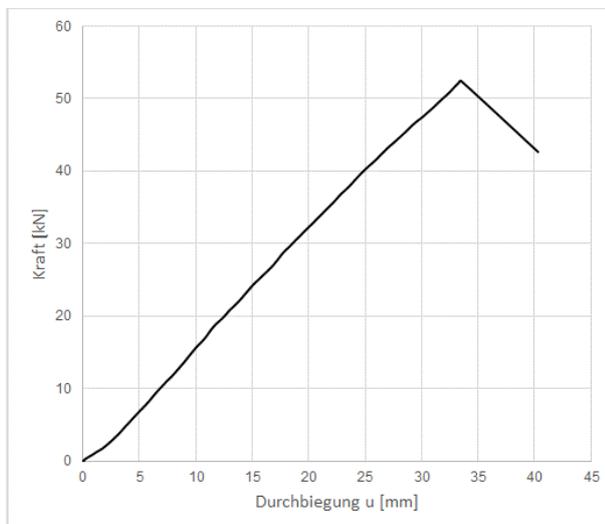


Abb.- 6-47 4-Punkt-Biegeprüfung – Kraft-Weg-Diagramm des Prüfkörpers Nr. 5⁹

Prüfkörper Nr. 6

Prüfkörper Nr. 6 hat durch Biegezugversagen durch mehrere Äste in der Zugzone versagt.



(a) Vorderseite



(b) Rückseite

Abb.- 6-48 Prüfkörper Nr. 6 - Biegezugversagen durch Äste in der Zugzone⁹

Tabelle 6-19 Prüfkörper Nr. 6 - Versuchsergebnisse der 4-Punkt-Biegeprüfung

Träger Nr.	Last F_{max} [N]	Durchbiegung zug. u_{max} [mm]	Globaler Elastizitätsmodul $E_{m,global}$ [N/mm ²]	Biege- Festigkeit f_m [N/mm ²]	Schub- Spannung f_v [N/mm ²]	Holzfeuchte HF_{mean} [%]
6	55.740	35,83	9.817	24,65	1,35	17,0

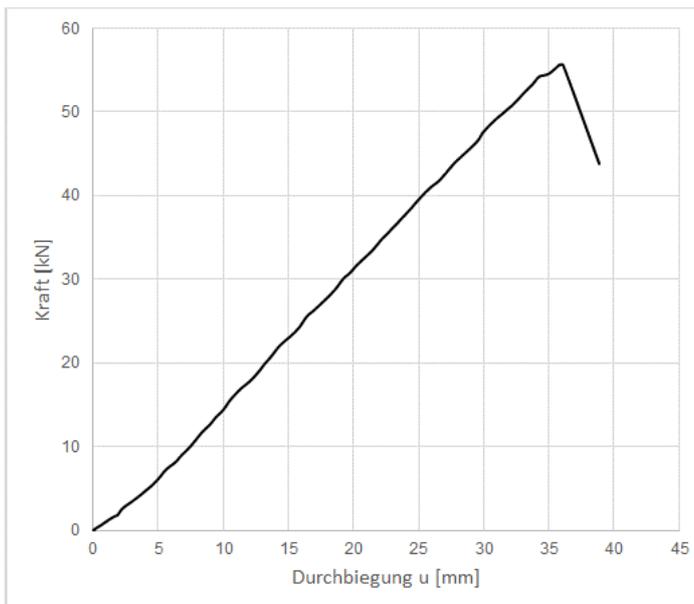


Abb.- 6-49 4-Punkt-Biegeprüfung – Kraft-Weg-Diagramm des Prüfkörpers Nr. 6⁹

6.5.5. Zusammenfassung der Versuchsergebnisse

Die Versuchsauswertung beschränkt sich auf die Darstellung aller Arbeitslinien in einem Kraft-Weg-Diagramm (Abb.- 6-50) und eine zusammenfassende Tabelle (Tabelle 6-20) mit den einzelnen Versuchsergebnissen je Prüfkörper und den Mittelwerten mit Standardabweichungen und Variationskoeffizienten der Versuchsergebnisse von Prüfkörper Nr. 1, Nr. 2, Nr. 4 und Nr. 6. Die Arbeitskurven und Ergebnisse der Prüfkörper die auf Grund zu hoher Holzfeuchte nicht gewertet werden, sind farbig markiert.

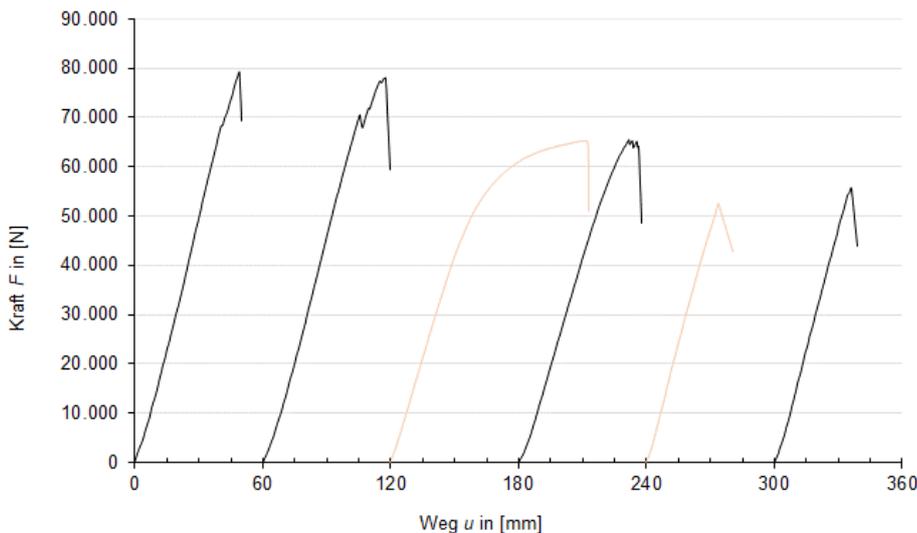


Abb.- 6-50 4-Punkt-Biegeprüfung Kraft-Weg-Diagramm der Prüfkörper Nr.1 - Nr.6⁹

Tabelle 6-20 Zusammenfassung der Versuchsergebnisse der 4-Punkt-Biegeprüfungen

Träger Nr.	Last F_{max} [N]	Durchbiegung zug. u_{max} [mm]	Globaler Elastizitätsmodul $E_{m,global}$ [N/mm ²]	Biege- Festigkeit f_m [N/mm ²]	Schub- Spannung f_v [N/mm ²]	Holzfeuchte HF_{mean} [%]
1	79.340	49,07	9.410	34,31	1,91	14,7
2	78.130	57,61	8.877	33,57	1,88	14,0
3	65.120	90,65	8.438	28,95	1,59	20,2
4	65.570	51,61	8.418	28,80	1,59	16,6
5	52.500	33,51	10.024	23,31	1,28	17,5
6	55.740	35,83	9.817	24,65	1,35	17,0
m(x)	69.695	48,53	9.350	30,33	1,68	15,57
s(x)	11.194	9,2	693	4,50	0,3	1,5
$\delta(x)$	16,1 %	18,9 %	7,4 %	14,8 %	15,5 %	9,4 %

Die Berechnung nach EN 1995-1-1 Anhang B ergibt eine charakteristische Maximallast von 51 kN. Alle Prüfkörper haben diesen Wert überschritten, obwohl die Qualität der Prüfkörper auf Grund von Fugen in der Verzahnung, Beschädigungen durch den Transport und zu hoher Holzfeuchte nicht die gewünschten Anforderungen erfüllt haben. Die mittlere Maximallast der Versuche beträgt 70 kN. Die mittlere Durchbiegung bei maximaler Last entspricht $u_{max} = l/85$.

7. Bewertung der Ergebnisse

Dieses Kapitel vergleicht die analytischen, numerischen und experimentellen Ergebnisse der vorangegangenen Kapitel und bewertet abschließend die Ergebnisse anhand von Kriterien der Nachhaltigkeit und der Tragfähigkeit.

7.1. Bewertung und Optimierung der Zugverbindungen

In den Grundlagen wurden verschiedene Längsverbindungen vorgestellt, die Zugkräfte übertragen können. Anhand einfacher Ingenieurmodelle wurden in dem analytischen Kapitel die einfachen Grundformen, gerades Hakenblatt, schräges Hakenblatt, Zahnblatt, Zugblatt, Schwalbenschwanzzapfen und der Stoß mit Schwalbenschwanzeinlage miteinander verglichen (Kapitel 5.2). Aus diesem analytischen Vergleich haben sich das gerade Hakenblatt und das Zahnblatt als die tragfähigsten Verbindungen ergeben.

Für diese beiden Verbindungen wurde eine numerische Simulation mit linear elastischem Materialgesetz durchgeführt (Kapitel 5.3). Die Spannungen, die sich aus den analytischen und numerischen Berechnungen ergeben haben, stimmen überein. Anhand der numerischen Simulation wurde der tatsächliche Spannungsverlauf gezeigt. Für die Schubspannungen längs der Faser wurde in dem vereinfachten Ingenieurmodell ein konstanter Verlauf angenommen. Tatsächlich sind die Schubspannungen an der Lasteinleitungsstelle am größten und nehmen über die Länge der Scherfläche quadratisch ab. Deshalb ist die Annahme einer konstanten Schubspannungsverteilung nur für eine begrenzte Länge gültig.

Neben der numerischen Simulation wurden das gerade Haken- und das Zahnblatt experimentell auf ihre Zugtragfähigkeit ohne verstärkend wirkende, metallische Verbindungsmittel untersucht (Kapitel 5.1). Die mittlere Höchstlast der beiden Verbindungstypen betrug $F_{\max,m} = 21,2$ kN (HB) und $F_{\max,m} = 20,6$ kN (ZB). Der leichte Unterschied konnte mit der niedrigeren Rohdichte der Prüfkörper des Zahnblattes begründet werden. Die Tragfähigkeit der beiden getesteten Verbindungstypen ist somit ungefähr gleich groß. Aufgrund der einfacheren Geometrie wurde in Kapitel 5.7 das gerade Hakenblatt für weitere Untersuchungen empfohlen.

7.1.1. Bewertung der Zugtragfähigkeit der gewählten Verbindung

Durch das Ineinandergreifen der beiden Einzelteile des geraden Hakenblattes kann das Hakenblatt Zugkräfte übertragen. Dafür wird der Querschnitt geschwächt. An der dünnsten Stelle, dem Hakenhals, beträgt die Querschnittschwächung der getesteten Prüfkörper 58 %. Der Nettoquerschnitt umfasst somit weniger als die Hälfte des Bruttoquerschnittes. Durch die Exzentrizität, die durch das Ineinandergreifen der Verbindungselemente entsteht, beträgt die Resttragfähigkeit der Verbindung im Vergleich zur Tragfähigkeit des Bruttoquerschnittes nur 10 %. In Hinblick auf den Materialverbrauch, ist die Resttragfähigkeit zu gering. Deshalb wird nachfolgend mit den Bemessungsansätzen aus Kapitel 5.2 und den Erkenntnissen aus den experimentellen Untersuchungen (Kapitel 5.4) die Geometrie der Verbindung in Hinblick auf die Zugtragfähigkeit optimiert.

7.1.2. Optimierung der gewählten Verbindung

Das getestete Hakenblatt hat auf Grund von Querkzugspannungen versagt. Die Querkzugspannungen resultieren aus der exzentrisch zum Hakenhals angreifenden Druckkraft und der sich daraus ergebenden Biegebeanspruchung des Hakens. Um die Querkzugspannungen zu reduzieren, gibt es zwei Möglichkeiten:

1. Reduzierung der Druckhöhe d , damit die Exzentrizität e geringer wird.
2. Verlängerung der Hakenlänge l_H , um das Widerstandsmoment W zu vergrößern.

Die anderen Abmessungen ergeben sich aus d , l_H und der Gesamthöhe h des Querschnittes. Für die Optimierung wird das Bemessungsmodell aus Kapitel 5.2 verwendet. In Tabelle 7-1 ist zunächst die Auslastung für die getestete Prüfkörpergeometrie berechnet. In den nächsten Spalten folgen die Auslastungen, die sich durch die Anpassung von l_H und d ergeben. Des Weiteren wird die rechnerische Bruchlast der getesteten Prüfkörper bestimmt. Diese beträgt knapp 16 kN. Durch die Optimierung von l_H und d würde das Hakenblatt auf Biegezugspannungen im Hakenhals versagen und eine rechnerische Bruchlast von 28,9 kN erreichen. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass der Ansatz zur Bemessung der Querkzugspannungen nicht validiert ist und die rechnerische Bruchlast der Optimierung nur einen hypothetischen Wert darstellt, der experimentell validiert werden müsste. Die Optimierung führt zu einer Resttragfähigkeit der Verbindung im Vergleich zum Bruttoquerschnitt von 14%. Diese Resttragfähigkeit ist weiterhin zu gering, um das Hakenblatt als Verbindung zur Querschnittsverlängerung einzusetzen.

Tabelle 7-1 Optimierung des Hakenblattes

	Prüfkörper HB	Optimierung l_H	Optimierung d	Optimierung l_H und d	rechn. Bruchlast des Prüfkörpers	rechn. Bruchlast der Optimierung
Druckkraft D_1 [N]	20000	20000	20000	20000	15680	28901,9
Höhe der Druckfläche d [mm]	20	20	12	12	20	12
Exzentrizität zur Scherfläche $e = 0,5 \cdot d$ [mm]	10	10	6	6	10	6
Moment auf Grund von e $M = e \cdot D_1$ [Nmm]	200000	200000	120000	120000	156800	173411,7
Hakenlänge l_H [mm]	140	200	140	200	140	200
Hakenbreite b [mm]	120	120	120	120	120	120
Widerstandsmoment des Hakens $W = b \cdot l^2 / 6$ [mm ³]	392000	800000	392000	800000	392000	800000
Zugspannung Senkrecht zur Faser $\sigma_1 = M/W$ [N/mm ²]	0,51	0,25	0,31	0,15	0,40	0,22
Auslastung η	127,6 %	62,5 %	76,5 %	37,5 %	100,0 %	54,2 %
Max. Normalspannung im Hakenhals [N/mm ²] (Biegezugspannung)	17,33	17,33	14,40	14,40	13,59	20,81
Auslastung Biegezug- spannung Hakenhals	82,1 %	82,1 %	69,2 %	29,2 %	64,4 %	100,0 %
Mittlere Normalspannung (reiner Zug) im Hakenhals [N/mm ²]	3,33	3,33	3,09	3,09	2,61	4,46
Auslastung mittlere Zugspannung Hakenhals	23,8 %	23,8 %	22,0 %	22,0 %	18,7 %	31,9 %
Druckspannung [N/mm ²]	8,33	8,33	13,89	13,89	6,53	20,07
Auslastung Druckspannung	39,7 %	39,7 %	66,1 %	66,1 %	31,1 %	95,6 %
Schubspannung [N/mm ²]	1,19	0,83	1,19	0,83	0,93	1,20
Auslastung Schub	59,5 %	41,7 %	59,5 %	41,7 %	46,7 %	60,2 %

7.1.3. Vergleich der Ergebnisse mit Literaturwerten

Heimeshoff und Köhler²⁷ ermitteln für einen Balkenquerschnitt $b \times h = 120 \text{ mm} \times 160 \text{ mm}$ und einer Hakengeometrie $l_H = 160 \text{ mm}$ und $d = 20 \text{ mm}$ mit 4 x 4 querzugverstärkenden Sparrenägeln eine mittlere Bruchlast $F_{\max} = 42,8 \text{ kN}$. Das entspricht 16 % der Bruttotragfähigkeit. Die höchste Resttragfähigkeit von 21 % erreichten Heimeshoff und Köhler²⁷ mit einer Hakenblattgeometrie $b/h/d/l_H = 120 \text{ mm}/160 \text{ mm}/20 \text{ mm}/240 \text{ mm}$ und Querzugverstärkung. Daraus kann geschlossen werden, dass durch eine weitere Optimierung der Geometrie und unter Verwendung von metallischen Verbindungsmitteln zur Querzugverstärkung eine höhere Zugtragfähigkeit erreicht werden könnte als in den Zugversuchen in Kapitel 5.4.

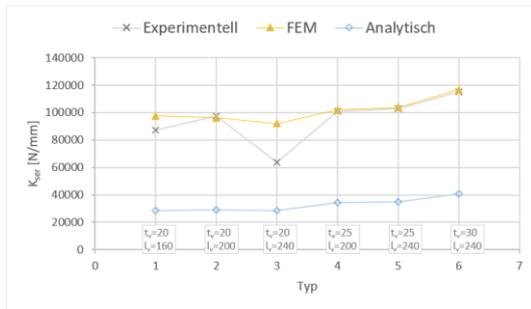
7.1.4. Abschließende Bewertung der Zugtragfähigkeit historischer Längsstoßverbindungen

Eine geringe Resttragfähigkeit der Verbindung bedeutet, dass der Balkenquerschnitt nach der Tragfähigkeit der Verbindung gewählt wird und nicht ausgelastet werden kann. Das führt zu größeren Dimensionen des Balkenquerschnittes und demnach zu einem hohen Materialbedarf. Das ist weder wirtschaftlich noch ökologisch und demnach nicht nachhaltig. Bedingt durch die geringe Zugtragfähigkeit historischer Längsstoßverbindungen eignen sich diese somit nicht als Zugverbindung zur Querschnittsverlängerung in einem Biegeträger. Es wird empfohlen keine Zugstöße in dem Biegeträger anzuordnen, sondern die Spannweite auf die verfügbaren Balkenlängen zu begrenzen.

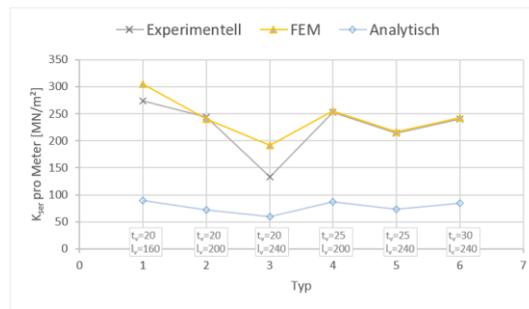
7.2. Bewertung der Schubverbindungen

Dieser zweite Teil des Kapitels behandelt die Ergebnisse der Schubverbindung. In den Grundlagen wurden historische Lösungen zur Schubübertragung in nachgiebig zusammengesetzten Biegeträgern vorgestellt. Aus diesen wurde anhand von Kriterien der Biegetragfähigkeit, der Nachgiebigkeit und einzelnen Kriterien der Nachhaltigkeit der Zahnbalke als effektivste Lösung gewählt (Kapitel 6). In den nachfolgenden Kapiteln wurde anhand analytischer, numerischer und experimenteller Methoden eine optimierte Geometrie für die Verzahnung entwickelt. Als tragfähigste Verzahnung hat sich eine Zahngeometrie mit einer Zahntiefe $t_v = 20 \text{ mm}$ und einer Zahnlänge $l_v = 160 \text{ mm}$ ergeben. Diese weicht von den größeren, historischen Maßen (Zahntiefe $l_v \approx 0,1 \cdot h$; Zahnlänge $l_v \approx h$) ab. Mit der entwickelten Geometrie der Verzahnung wurden im Anschluss Biegeprüfungen an einem Zahnbalke (Länge $l = 4,22 \text{ m}$, Höhe $h = 0,26 \text{ m}$ und Breite $b = 0,12 \text{ m}$) durchgeführt, um zu überprüfen, ob die Verbundwirkung der Verzahnung tatsächlich den erwarteten Ergebnissen der Schubuntersuchungen entspricht. Bei den experimentellen Untersuchungen wurde Fichtenholz der Festigkeitsklasse C24 aus Vollholz verwendet. Nachfolgend werden zunächst die analytischen, numerischen und experimentellen Ergebnisse der Schubtragfähigkeit miteinander verglichen. Anschließend werden Schub- und Biegetragfähigkeit sowie die Nachhaltigkeit des Zahnbalkens bewertet.

²⁷ (Heimeshoff, 1989)



(a) K_{ser} für ein Zahnpaar



(b) K_{ser} pro Meter

Abb.- 7-1 Vergleich der analytischen, numerischen und experimentellen Ergebnisse der Schubtragfähigkeit von sechs Prüfkörpergeometrien⁹

7.2.1. Vergleich der Ergebnisse zur Schubtragfähigkeit

Die Schubtragfähigkeit einer Verbindung kann anhand des Verschiebungsmoduls K_{ser} bewertet werden. Dieser wurde für sechs Prüfkörpergeometrien analytisch, numerisch und experimentell bestimmt (Kapitel 6). Die Prüfkörpergeometrien unterscheiden sich in ihrer Zahntiefe, Zahnlänge und dem Lasteinleitungswinkel α . Die Ergebnisse zum Verschiebungsmodul der drei Methoden sind in Abb.- 7-1 gegenübergestellt. Das Verschiebungsmodul wurde immer für ein Zahnpaar bestimmt. Beim Zahnbalken ist die Verzahnung gleichmäßig über die gesamte Länge verteilt. Deshalb sind in Abb.- 7-1 (a) zunächst die direkten Ergebnisse für ein Zahnpaar gegenübergestellt und in Abb.- 7-1 (b) ist der Verschiebungsmodul für eine Verbundfuge auf einen Meter bezogen dargestellt. Letzterem liegt die Annahme zugrunde, dass die zwei Zähne wie zwei parallel geschaltete Federn wirken und sich somit das Verschiebungsmodul für einen Zahn halbiert.

Der analytische Ansatz stammt von Holzer¹⁵, welcher Verschiebungswerte nach Möhler¹⁴ zur überschlägigen Ermittlung des Verschiebungsmoduls von Zahnbalken verwendet. Möhler¹⁴ gibt Verschiebungswerte für Versätze oder andere Kontaktanschlüsse und faserparallele Paspstöße an, um mit diesen Verschiebungswerten die Verschiebungsmoduln der Verbindungen bestimmen zu können. Diese Annahmen beruhen darauf, dass die Verschiebungen aus Fertigungsungenauigkeiten resultieren und daher nach Möhler¹⁴ zum Großteil lastunabhängig sind. Die Verschiebungswerte sind somit nicht explizit für den Zahnbalken gegeben. Trotzdem wurde der Ansatz von Holzer¹⁵ verwendet, um die Verschiebungsmoduln für die sechs Prüfkörpergeometrien zu bestimmen. Werden diese Ergebnisse den numerischen und experimentellen Ergebnissen gegenübergestellt, wird festgestellt, dass dieser analytische Ansatz die experimentellen Ergebnisse im Mittel um 65 % unterschätzt (Abb.- 7-1 blaue Kurve). Dieser Ansatz ist somit nicht zur überschlägigen Ermittlung von K_{ser} geeignet.

Die numerische Simulation wurde mit dem Finite-Element-Programm *ANSYS Workbench 2021 R2* an Volumenkörpern durchgeführt. Zur Simulation wurde ein linear elastisches, orthotropes Material verwendet, wobei nur in Faserlängsrichtung (L) und Faserquerrichtung (R, T) unterschieden wurde. Die Festigkeiten in radiale (R) und tangential (T) Richtung, sowie die LR- und LT-Ebene wurden zusammengefasst und nicht differenziert betrachtet. Die Reibung zwischen den Prüfkörpererelementen wurde auf der sicheren Seite liegend vernachlässigt.

Die Materialkennwerte für Fichtenholz orientieren sich an den Werten von Neuhaus²². Die gewählten Materialkennwerte wurden mit den von anderen Forschungsgruppen gewählten Kennwerten verglichen. Dabei wurde festgestellt, dass diese stark variieren. Aus diesem Grund wurde mit einer Sensitivitätsanalyse der Einfluss der Materialkennwerte auf die maximale Verformung, die maximale Druckspannung parallel zur Faser und das Verschiebungsmodul überprüft (Kapitel 6.3). Bei gleichbleibenden Recheneinstellungen hatte eine Änderung der Materialkennwerte im Vergleich zu den gewählten Einstellungen einen sehr geringen Einfluss (Abweichung von 0,24 % der Normalspannungen).

Die Elementgröße des numerischen Netzes wurde so gewählt, dass an der Druckkontaktfläche, wo die höchsten Spannungen auftreten, das Verhältnis der Elementgröße zur Zahntiefe $1/8$ beträgt. Da der Spannungsverlauf an der Druckkontaktfläche bei diesen Netzeinstellungen unstetig war, wurde mit einer Diskretisierungsstudie überprüft, ob die Verschiebungen an der maßgebenden Stelle, die maßgebenden Drucknormalspannungen in Faserrichtung und der daraus resultierende K_{ser} konvergieren (Kapitel 6.3.3). Die Spannungen konvergieren mit 0,47 % Abweichung zur nächst größeren Netzeinstellung sehr gut. Die Verschiebungen sind mit ca. 0,4 mm sehr gering, sodass eine Differenz von 0,02 mm zu der nächst größeren Netzeinstellung zu einer Abweichung von 5 % führt.

Ob das numerische Modell hinreichend genau modelliert wurde, wird im Folgenden anhand der experimentellen Ergebnisse von K_{ser} untersucht. Die numerischen und experimentellen Ergebnisse stimmen gut überein (Abb.- 7-1 orangene und graue Kurve). Im Mittel überschätzen die numerischen die experimentellen Ergebnisse um 10 %. Die größte Abweichung (44 %) tritt bei Prüfkörpertyp 3 auf. Die mittlere Abweichung der numerischen zu den experimentellen Ergebnissen beträgt nur 3 %, wenn die Ergebnisse von Prüfkörpertyp 3 nicht mitberücksichtigt werden.

Die Gründe für die Abweichung der numerischen und experimentellen Ergebnisse beruhen auf Unsicherheiten der FEM und Unsicherheiten, die aus dem geringen Stichprobenumfang von fünf Prüfkörpern pro Prüfkörpertyp und der Streuung der Versuchsergebnisse resultieren. Die Unsicherheiten der FEM entstehen durch vereinfachte Annahmen der Geometrie, Rand- und Nebenbedingungen, sowie Vereinfachungen des Materialmodells. Auch durch die Netzeinstellungen entstehen numerische Ungenauigkeiten.

Der experimentell ermittelte Verschiebungsmodul K_{ser} weist im Mittel einen Variationskoeffizienten von 30% auf. Die Streuung der Versuchsergebnisse liegt hauptsächlich an der variierenden Rohdichte der Prüfkörper, der Jahrringlage der Prüfkörper zueinander und Ästen im Zahnbereich.

Der Vergleich der numerischen mit den experimentellen Ergebnissen zeigt, dass das numerische Modell hinreichend genau gewählt wurde (Abb.- 7-1). Beide Ansätze führen mit den zuvor beschriebenen, geringen Abweichungen zu dem Ergebnis, dass Prüfkörpertyp Nr. 6 ($t_v = 30$ mm; $l_v = 240$ mm) die größte Schubtragfähigkeit hat. Wenn die Ergebnisse jedoch auf einen Meter bezogen werden, führen beide Ansätze dazu, dass Prüfkörpertyp Nr. 1 ($t_v = 20$ mm; $l_v = 160$ mm) die größte Schubtragfähigkeit aufweist. Somit eignet sich die numerische Simulation zu Voruntersuchungen von Geometrieparametern in Bezug auf die Schubtragfähigkeit der Verbindung. In weiteren Forschungsprojekten zur Schubtragfähigkeit von Verbindungen könnte somit auf eine Vorversuchsreihe verzichtet werden.

7.2.2. Bewertung der Schubtragfähigkeit der Verzahnung

Als optimale Zahngeometrie wird eine Zahntiefe $t_v = 20$ mm mit einer Zahnlänge $l_v = 160$ mm bei einem Faserlastwinkel $\alpha = 7,2^\circ$ als Resultat der Vorversuche gewählt. Für diese Zahngeometrie wurden im Anschluss an die Vorversuche ergänzende Schubversuche durchgeführt, sodass am Ende mit den Ergebnissen der Vorversuche zehn Versuchsergebnisse zur Auswertung zur Verfügung standen (Kapitel 6.5). Das Verschiebungsmodul dieser zehn Versuchsergebnisse beträgt $K_{ser} = 76\,312$ N/mm. Auf einen Zahn bezogen beträgt der Verschiebungsmodul $K_{ser}/2 = 38\,156$ N/mm. Das entspricht dem 3-fachen des Verschiebungsmoduls eines (metallischen) Ringdübels (Typ A) oder eines Scheibendübels (Typ B) mit einem Durchmesser $d_c = 65$ mm und mit einer Rohdichte der zu verbindenden Hölzer $\rho = 420$ kg/m³ nach EN 1995-1-1.

Bei den 4-Punkt-Biegeversuchen hat die Verzahnung nur an zwei von fünf Prüfkörpern versagt. Die rechnerische Schubbeanspruchung der Verzahnung unter der Belastung von $F_{max,k} = 51,3$ kN beträgt nach Kapitel 6.6 $\tau_{II,k} = 1,75$ N/mm². Die mittlere experimentell ermittelte Schubspannung bei maximaler Last beträgt $f_v = 1,68$ N/mm². Nur bei den Prüfkörpern, welche die höchsten Maximallasten erreichten, kam es zum Abscheren einzelner Zähne. Daraus kann geschlossen werden, dass die Schubtragfähigkeit der Verzahnung ausreichend ist, um in der Verbundfuge eines Biegeträgers Schubkräfte zu übertragen.

7.2.3. Bewertung der Biegetragfähigkeit des Zahnbalkens

Zur Überprüfung der Biegetragfähigkeit des Zahnbalkens wurden 4-Punkt-Biegeversuche an einem Zahnbalken mit der gewählten Verzahnung durchgeführt (Kapitel 6.6). Die Qualität der Prüfkörper war sehr schlecht, da zwei Prüfkörper Fugen in der Verzahnung aufwiesen und die anderen vier Prüfkörper zum Zeitpunkt der Versuchsdurchführung eine Holzfeuchte $\omega \geq 14$ % aufwiesen. Deshalb ist zu erwarten, dass die Versuchsergebnisse die tatsächliche Biegetragfähigkeit des Zahnbalkens unterschätzen. Mit dem Bemessungsverfahren der EN 1995-1-1 Anhang B wurde in Kapitel 6.4.2 eine charakteristische Maximallast $F_{max,k} = 51,3$ kN berechnet. Die mittlere Maximallast der 4-Punkt-Biegeversuche betrug trotz der minderwertigen Qualität der Prüfkörper $F_{max} \approx 70$ kN. Des Weiteren haben alle Prüfkörper $F_{max,k}$ überschritten.

Die Biegetragfähigkeit des nachgiebig zusammengesetzten Biegeträgers in Form eines Zahnbalkens im Vergleich zu einem Vollholzträger bzw. einem Träger mit vollem Verbund (z.B. verleimter Träger) oder im Vergleich zu lose aufeinander gelegten Trägern kann anhand der Biegesteifigkeit EI bewertet werden:

- $(EI)_{voll} = 1,93 \cdot 1012$ Nmm² \Rightarrow Biegesteifigkeit = 100 %
- $(EI)_{ef} = 1,56 \cdot 1012$ Nmm² \Rightarrow Biegesteifigkeit = 81 %
- $(EI)_{lose} = 4,83 \cdot 1011$ Nmm² \Rightarrow Biegesteifigkeit = 25 %

Lose aufeinander gelegte Träger weisen im Vergleich zu einem Vollholzträger mit den gleichen Abmessungen nur eine Biegesteifigkeit von 25 % auf. Dagegen erreicht der Zahnbalken eine Biegesteifigkeit von 81 % des Vollholzträgers. Anhand der 4-Punkt-Biegeversuche und dem Vergleich der Biegesteifigkeit kann die Tragfähigkeit des Zahnbalkens mit einer Verzahnung $t_v = 20$ mm, $l_v = 160$ mm und $\alpha = 7,2^\circ$ als gut bewertet werden.

Problematisch ist dagegen die Durchbiegung. Die Durchbiegung u_{\max} der Prüfkörper bei Erreichen der Maximallast betrug im Mittel $u_{\max} = l/85$.

Die Anfangsdurchbiegung sollte für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit $w_{\text{inst}} = l/300$ nicht überschreiten. Jedoch sollten zur Bewertung der Gebrauchstauglichkeit weitere 4-Punkt-Biegeversuche durchgeführt werden, da die Qualität der Prüfkörper, wie zuvor beschrieben, nicht gut war.

7.2.4. Bewertung der Ergebnisse unter dem Aspekt der Nachhaltigkeit

Auch bezogen auf die Nachhaltigkeit stellt der Zahnbalken eine gute Lösung dar, da es sich beim Zahnbalken um eine stahl- und leimfreie sowie lösbare Verbindung handelt. Der Zahnbalken ist ein reiner Holzwerkstoff. Nach der Altholzverordnung (AltholzV), welche Altholz nach seinem Grad der Verunreinigung sortiert, wird der Zahnbalken in die Altholzkategorie AI (die beste Kategorie) eingeordnet. Im Vergleich dazu wird ein verleimter Brettschichtholzträger der Altholzkategorie AII zugeordnet. Altholz des Zahnbalkens kann somit besser dem Rohstoffkreislauf zurückgeführt werden als Brettschichtholz. Am Ende der Nutzungsphase kann der Zahnträger zudem umgenutzt werden, wenn das Holz noch in einem guten Zustand ist. Dafür besteht die Möglichkeit den Zahnbalken in einem anderen Gebäude wieder zu verwenden. Falls keine Anwendungsmöglichkeit für den Zahnbalken in nächster Umgebung zur Verfügung steht, kann die Verbindung einfach gelöst, die Verzahnung entfernt und aus dem Restquerschnitt ein neues Bauprodukt erstellt werden. Außerdem entsteht beim thermischen Verwerten ein geringerer Treibhausgasausstoß.

Bezogen auf den Aspekt der Sozial-Verträglichkeit, welcher bei der Bewertung der Nachhaltigkeit auch berücksichtigt werden muss, ist der Zahnbalken auf Grund seines historischen Ursprungs und seinem grünen Image ebenfalls als gut zu bewerten.

Ein Nachteil des Zahnbalkens ist, dass pro Verbundfuge der Verschnitt $V_{\text{schnitt}} = 0,02 \cdot b \text{ m}^3/\text{m}$ beträgt. Für zehn Balken mit einer Breite $b = 0,12 \text{ m}$ und mit einer Länge $l = 10 \text{ m}$ beträgt der Verschnitt $V_{\text{schnitt}} = 0,24 \text{ m}^3$. Der Verschnitt bedeutet zusätzliche Kosten, da sich die statische Nutzhöhe des Zahnbalkens um die Höhe der Einschnitttiefe pro Verbundfuge verringert. Für die gleiche statische Höhe muss somit ein größerer Querschnitt verwendet werden. Jedoch ist der Verschnitt kein Abfallprodukt, sondern kann für Pressspanprodukte und für andere auf Holz basierte Produkte verwendet werden. Der Verschnitt kann auch thermisch verwertet werden.

Ein weiterer Nachteil des Zahnbalkens ist, dass für die Herstellung des Zahnbalkens eine moderne Abbundanlage benötigt wird. Wenn sich kein Betrieb mit so einer Abbundanlage in der näheren Umgebung befindet, könnte das zusätzliche Transportkosten und Treibhausgasausstoß bedeuten.

8. Fazit und Ausblick

Nach ausgiebiger Recherche und theoretischen Betrachtungen wurden geeignete Lösungsansätze für die gestellten Aufgaben ermittelt und in weiteren Schritten Anwendungsbezogen vertieft.

Von den historischen Längsstoßverbindungen weist das gerade Hakenblatt die höchste Zugtragfähigkeit auf. Mit den Abmessungen Breite $b = 120$ mm, Hakenlänge $l_H = 140$ mm und Hakenhöhe $d = 20$ mm beträgt die experimentelle Zugtragfähigkeit 21 kN. Dies entspricht im Vergleich zur charakteristischen Tragfähigkeit des Bruttoquerschnittes einer Resttragfähigkeit von 10 %. Selbst mit einer Optimierung der Geometrie auf die Abmessungen $b = 120$ mm, $l_H = 200$ mm, und $d = 12$ mm erhöht sich die rechnerische Resttragfähigkeit nur auf 14 %. Diese Tragfähigkeit ist zu niedrig, um einen Einsatz vom geraden Hakenblatt in einem Biegeträger als Zugverbindung zur Verlängerung zu rechtfertigen. Daher wird empfohlen in der unteren Balkenlage auf einen Zugstoß zu verzichten.

Als effektivste Schubverbindung hat sich der historische Zahnbalken herausgestellt. Die Abmessungen der Verzahnung wurden in dieser Arbeit in Bezug auf die Schubtragfähigkeit hin optimiert. Die Abmessungen der tragfähigsten Zahngeometrie betragen: Zahnlänge $l_v = 160$ mm und Zahntiefe $t_v = 20$ mm. Für diese Zahngeometrie und eine Balkenbreite von 120 mm ergibt sich das Verschiebungsmodul für einen Zahn $K_{ser} = 38\,156$ N/mm. Zur numerischen Berechnung nachgiebig verbundener Biegeträger wird der Verschiebungsmodul pro Meter als Federsteifigkeit angegeben. Diese beträgt: $K_{ser}/\text{Meter} = 238,5$ MN/m². Mit dem Verschiebungsmodul K_{ser} kann die Biegetragfähigkeit des Zahnbalkens als nachgiebig verbundener Biegeträger bestimmt werden. Die Biegetragfähigkeit eines Balkens kann durch seine Biegesteifigkeit quantifiziert werden. Im Vergleich zu einem Vollholzquerschnitt mit den gleichen Abmessungen beträgt diese bei oben beschriebenem Zahnbalken 81%. Des Weiteren haben alle Prüfkörper der 4-Punkt-Biegeversuche die rechnerisch ermittelte Maximallast überschritten. Somit ist die Schubtragfähigkeit der Verzahnung in der Verbundfuge eines nachgiebig zusammengesetzten Biegeträgers ausreichend, um für tragende Zwecke in stahl- und leimfreien Konstruktionen eingesetzt werden zu können. Problematisch ist beim untersuchten Zahnbalken die Durchbiegung. Die mittlere Durchbiegung der Prüfkörper unter Maximallast entspricht $u_{max} = l/85$. Historische Zahnbalken wurden auf Grund der großen Durchbiegung überhöht hergestellt. Daher sollten in weiterführenden Forschungen Zahnbalken für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit geführt werden. Dazu zählen experimentelle Untersuchungen von Zahnbalken mit Überhöhung, unter Langzeitbelastung und unter anderen Klimabedingungen.

Außerdem wurde in der Arbeit festgestellt, dass die verwendeten Holzdübel, welche zur Lagesicherung eingesetzt wurden, den Querschnitt schwächen, sodass sie eine Schwachstelle im Biegeträger darstellten. Daher gilt es zu untersuchen, ob und wenn ja wie viele Dübel zur Lagesicherung notwendig sind und welchen Einfluss diese auf die Biegetragfähigkeit haben, damit die Dübel zusätzlich bei der Bemessung berücksichtigt werden können. Eine Möglichkeit zur Berücksichtigung bei der Bemessung wäre ein Abminderungsfaktor.

Neben weiteren experimentellen Untersuchungen zur Biegetragfähigkeit des Zahnbalkens, sollte ein vereinfachtes Bemessungsverfahren entwickelt werden, da die Bemessung nach EN 1995-1-1 Anhang B unter anderem nur für Einfeld- und Durchlaufträger nutzbar ist. Außerdem müssen die in der Norm angegebenen Formeln vor der Bemessung erst auf den Anwendungsfall des Zahnbalkens angepasst werden.

Dies kann eine Fehlerquelle darstellen. Zur Bemessung würde sich ein FEM-basiertes Bemessungsverfahren eignen, anhand dessen die maximalen Spannungen im Querschnitt, die Schubspannungen in der Verbundfuge und die maximale Durchbiegung bestimmt werden können.

Des Weiteren ist der in dieser Arbeit für Fichtenholz ermittelte Verschiebungsmodul nicht auf andere Holzarten übertragbar. Für andere Holzarten müsste der Verschiebungsmodul ebenfalls experimentell bestimmt werden.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen wurden Bestandteil der Erweiterung der ETA-17/0745 der Firma holzius GmbH.

9. Literaturverzeichnis

Technische Regelwerke

DIN 4074-1:2012-06	Sortierung von Holz nach der Tragfähigkeit – Teil 1: Nadelschnittholz
EN 384:2019-02	Bauholz für tragende Zwecke- Bestimmung charakteristischer Werte für mechanische Eigenschaften und Rohdichte
EN 408:2012-10	Holzbauwerke- Bauwerke für tragende Zwecke und Brettschichtholz- Bestimmung einiger physikalischer und mechanischer Eigenschaften
EN 1912:2012-06	Bauholz für tragende Zwecke – Festigkeitsklassen – Zuordnung von visuellen Sortierklassen und Holzarten
EN 1995-1-1:2010-12	Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten – Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau
EN 14358:2016-11	Holzbauwerke – Berechnung und Kontrolle charakteristischer Werte
EN 14592:2008+A1:2012	Holzbauwerke – Stiftförmige Verbindungsmittel – Anforderungen
EN 26891:1991-07	Holzbauwerke – Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln – Allgemeine Grundsätze für die Ermittlung der Tragfähigkeit
ETA-11/0338:2017-01	NUR-HOLZ Vollholzelemente, Europäisch Technische Bewertung, Rombach Bauholz+Abbund GmbH, Hrsg.: Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt)
ETA-17/0745:2019-07	holzius Vollholzelement, Europäisch Technische Bewertung, holzius GmbH, Hrsg.: Österreichisches Institut für Bautechnik (OIB)
Z-9.1-649:2018-06	Schwalbenschwanz-Verbindung in Bauteilen, Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, Verband High-Tech-Abbund im Zimmererhandwerk e.V., Hrsg.: Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt)

Literatur

- [1] **Rug, W. u. a.:** Untersuchungen zur Biegetragfähigkeit von verzahnten Balken, In: Bautechnik 89.1, S. 26–36, 2012
- [2] **Reuß, C. G.:** Anweisung zur Zimmermannskunst, Leipzig 1764, Reprint Hannover 1989
- [5] **Schau, A.:** Leitfaden für den Unterricht an den Tiefbauabteilungen der Baugewerkschulen und verwandten technischen Lehranstalten.
In: Der Brückenbau; (Hrsg.) Teubner Verlag, Berlin und Leipzig, 1914
- [6] **Böhm, T.:** Handbuch der Holzkonstruktionen des Zimmermanns, mit besonderer Berücksichtigung des Hochbaus; (Hrsg.) Springer Verlag, 1911
- [7] **Rug, W.; Mönck, W.:** Holzbau, Bemessung und Konstruktion; (Hrsg.) Huss-Medien GmbH, 15. Auflage, Berlin, 2008
- [8] **Kress, F.:** Der Zimmerpolier- Ein Fachbuch für Zimmerleute, Techniker, Architekten aus allen Gebieten des Holzbaus; (Hrsg.) Bruderverlag Karlsruhe, 1959, Reprint 1991
- [9] **Schneider, H.:** Experimentelle und numerische Untersuchungen von stahl- und leimfreien Holzverbindungen, Masterthesis, Technische Universität Darmstadt - Fachbereich Architektur, Darmstadt, 2022
- [10] **Stemmler, M.:** Stahl- und leimfreie Holz-Holz-Zugstöße, Forschungsbericht, Technische Universität Darmstadt - Fachbereich Architektur, Darmstadt, 2022
- [11] **Müller, A. u. a.:** Historische Holzverbindungen: Untersuchung des Trag- und Lastverformungsverhaltens von historischen Holzverbindungen und Erstellung eines Leitfadens für die Baupraxis, Forschungsbericht, Bern: Berner Fachhochschule, 2016.
- [12] **Gerner, M.:** Handwerkliche Holzverbindungen der Zimmerer, Stuttgart: Deutsche Verlagsanstalt, 1992.
- [13] **Colling, F.:** Holzbau: Grundlagen, Bemessungshilfen. 2. Aufl. Lehrbuch, Wiesbaden, Vieweg+Teubner, 2008
- [14] **Möhler, K.:** Verschiebungsgrößen mechanischer Holzverbindungen der DIN 1052 Teil 2 (Entwurf 1984), In: Bauen mit Holz 4, S. 206–214, 1986
- [15] **Holzer, S.:** Statische Beurteilung historischer Tragwerke: Band 2: Holzkonstruktionen, Bauingenieur-Praxis, Ernst & Sohn, 2015
- [16] **Mackenzie-Helwein, P. u. a.:** Analysis of layered wooden shells using an orthotropic elasto-plastic model for multi-axial loading of clear spruce wood. In: Computer methods in applied mechanics and engineering 194, S. 2662–2685, 2005

[17] **Fleischmann, M.:** Numerische Berechnung von Holzkonstruktionen unter Verwendung eines realitätsnahen orthotropen elasto-plastischen Werkstoffmodells, Dissertation, Wien, TU Wien, 2005

[18] **Claus, T. und W. Seim:** Formschlüssige Verbindungen für den Holzbau, In: Bauen mit Holz, S. 34–39, 2021

[19] **Tsai, S. W. und E. M. Wu:** A General Theory of Strength for Anisotropic Materials, In: Composite Materials, S. 58–80, 1971

[20] **Klein, B.:** FEM: Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau, 10. Aufl., Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2015

[21] **Gebhardt, C.:** Praxisbuch FEM mit ANSYS Workbench: Einführung in die lineare und nichtlineare Mechanik, 3. aktualisierte Auflage, München: Hanser, 2018

[22] **Neuhaus, H.:** Ingenieurholzbau. 4. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2017.

[23] **Schmidt, J. und M. Kaliske:** Zur dreidimensionalen Materialmodellierung von Fichtenholz mittels eines Mehrflächen-Plastizitätsmodells, In: Holz als Roh- und Werkstoff 64.5, S. 393–402, 2006

[24] **Koch, H., Eisenhut, L. und Seim, W.:** Multi-mode failure of form-fitting timber connections – Experimental and numerical studies on the tapered tenon joint, In: Engineering Structures 48, S. 727–738, 2013

[25] **Obara, P.:** Verification of orthotropic model of wood, In: Archives of Civil Engineering LXIV.3, S. 31–44, 2018.

[26] **Malesza, J.:** Effective Model for Analysis of Wood-Framed Timber Structures, In: Archives of Civil Engineering 63.2, S. 99–112, 2017

[27] **Heimeshoff und Köhler:** Untersuchung über das Tragverhalten von zimmermannsmässigen Holzverbindungen. Forschungsbericht. T2189. Stuttgart: IRB Verlag, S.45-60, 1989

Internetquellen

[3] **Rombach GmbH:** Von https://www.rombach-nurholz.de/fileadmin/user_upload/NUR-HOLZ/Bauen_mit_Massivholz/weitere_Bilder_NUR-HOLZ/Schraube_HP.jpg abgerufen, 2023

[4] **Holzplus GmbH:** Von <https://www.holzplus.com/wp-content/uploads/2017/03/schnitt-180er-gratleiste-web.jpg> abgerufen, 2023