

# Anlage 3

# Anlage 3

Entwicklung und Bilanzierung beheizter Festbetteinrichtungen zur Leistungssteigerung vorhandener Abwasserteichanlagen im Winter

Teilthema:


**Theoretische Abschätzung des Wärmebedarfs von beheizten Festbetten**

Auftraggeber:

Verein Bildung Beratung Beschäftigung (bbb) e.V.

Alexander-Puschkin-Platz 6  
99501 Apolda

Weimar, 23.06. 2008

  
Dr. – Ing. Ingo Schwerdtfeger

## 1. Aufgabenstellung:

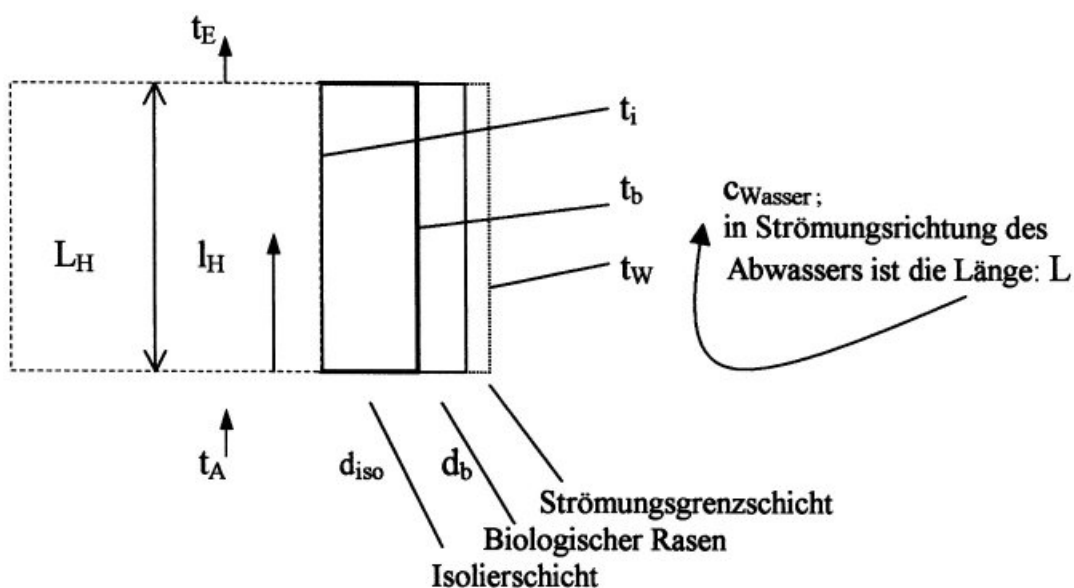
Zur besseren biologischen Reinigung in belüfteten Oxidationsteichen können Festbettmaterialien eingesetzt werden. Um die Abbauprodukte der sich darauf ansiedelnden, einen biologischen Rasen bildenden Bakterien zu erhöhen, soll das Festbett von innen her beheizt werden. Die zum biologischen Rasen geleitete Wärme wird zwangsläufig weiter an das kalte Abwasser abgegeben, so dass der Aufheizung ein Kühleffekt entgegenwirkt. Die Aufgabe besteht in der rechnerischen Abschätzung des Wärmeaufwandes für verschiedene Einsatzfälle, bezogen auf die Temperaturerhöhung an der Aufwuchsstelle der sessilen Bakterien.

## 2. Vorgaben:

- Festbetten im Abwasser, eingehängt in Form von Platten oder Rohren
- Festbettmaterial wasserseitig: Sinterglas oder Porenbeton
- Wassertemperatur: 2; 4; 6°C und 10; 12; 14°C
- Turbulente Strömung des Abwassers am Festbett
- Wasser- Luftgemisch infolge der Belüftung
- Dicke des biologischen Bewuchses durch sessile Bakterien: 5 mm
- Zusammensetzung des Bewuchses: 5% Trockenmasse, 95% Wasser
- Beheizung im Inneren des Festbettes elektrisch oder durch Warmwasser

## 3. Lösungsansatz:

Im Inneren des eingehängten Festbettes (auch als Einbau bezeichnet) befindet sich die Wärmequelle. Die Wärme fließt durch die Isolierschicht und den biologischen Rasen zum Abwasser. Zwischen dem biologischen Rasen (auch als Bewuchs bezeichnet) und dem mit der Geschwindigkeit  $c_w$  am Festbett vorbeiströmenden Abwasser bildet sich sowohl eine Strömungs- als auch eine Temperaturgrenzschicht aus, die einen bestimmten Wärmeübergang bedingt. Die unmaßstäbliche Skizze zeigt schematisch die Situation für das Beispiel der beheizten Platte mit der Innenwandtemperatur  $t_i$  bzw. der Eintrittstemperatur (Anfang)  $t_A$  und der Austrittstemperatur (Ende)  $t_E$  der Warmwasserheizung.



Der Wärmestrom beträgt

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot (t_i - t_w) \quad (1)$$

$\dot{Q}$	[W]	transportierte Wärmemenge pro Zeit
k	[W/m <sup>2</sup> ·grad]	Wärmedurchgangszahl des gesamten Festbetts
A	[m <sup>2</sup> ]	am Wärmedurchgang beteiligte Fläche
t <sub>i</sub>	[°C]	Temperatur an der Innenwand des Festbettes
t <sub>w</sub>	[°C]	Temperatur des umgebenden Abwassers im Becken

Die Wärmedurchgangszahl k setzt sich aus der Wärmeleitfähigkeit der Isolierschicht und des Bewuchses sowie dem Wärmeübergang vom Bewuchs an das Abwasser zusammen.

$$k = \frac{1}{w_{iso} + w_{\lambda} + \frac{1}{\alpha}} \quad (2)$$

w <sub>iso</sub>	[K m <sup>2</sup> /W]	spezifischer (flächenbezogener) Wärmewiderstand des Festbettes (von t <sub>i</sub> bis t <sub>w</sub> )
w <sub>λ</sub>	[K m <sup>2</sup> /W]	spezifischer (flächenbezogener) Wärmewiderstand des Bewuchses
α	[W/m <sup>2</sup> K]	Wärmeübergangszahl zum Wasser

Wegen der Kontinuität des Wärmestromes gilt auch

$$\dot{Q} = k_b \cdot A \cdot (t_b - t_w) \quad (3)$$

mit

$$k_b = \frac{1}{w_{\lambda} + \frac{1}{\alpha}} \quad (4)$$

t <sub>b</sub>	[K]	Temperatur am Übergang Festbettmaterial / Bewuchs (Bewuchstempertur)
k <sub>b</sub>	[W/m <sup>2</sup> K]	Wärmedurchgangszahl Bewuchs bis Abwasser

Aus den Gln. (1) bis (4) wird

$$t_i - t_w = \frac{k_b}{k} \cdot (t_b - t_w) \quad (5)$$

Mit Gl. (5) ist bei gegebener Wassertemperatur ein Zusammenhang zwischen der Innentemperatur im Heizungsbereich des Festbettes und der Zone zwischen dem Einbaumaterial und dem biologischen Rasen hergestellt.

Bei **elektrischer Heizung** ist die Innenwandtemperatur über die gesamte Einbaulänge konstant. Der Wärmetransport und die Temperatur t<sub>b</sub> im biologischen Rasen sind über die Länge gleich. Da der Wärmebedarf auf eine Temperaturdifferenz von 1 K zwischen der Temperatur t<sub>b</sub> am Fuß des biologischen Rasens und der Abwassertemperatur t<sub>w</sub> bezogen werden soll, sind die Gln. (3) und (4) ausreichend. Gl. (5) ist nur dann relevant, wenn die notwendige Innentemperatur im Inneren des Festbettmaterials von Interesse ist.

Die **Beheizung mit warmem Wasser** liefert den gleichen Formelmechanismus, wenn man eine bestimmte, am Wärmetausch beteiligte Festbettfläche untersucht. Der insgesamt durch die Festbettfläche geleitete Wärmestrom wird im Prinzip nach den Gln. (3) und (4) berechnet. Er ist gleich dem vom Warmwasser (auch als Heizwasser bezeichnet) abgegebenen Energiestrom, wenn außerhalb der Festbettheizung auftretende Wärmeverluste nicht berücksichtigt werden..

$$\dot{Q} = c_w \dot{V} \cdot (t_A - t_E) = k_b \cdot A \cdot (t_{b-m} - t_w) \quad (6)$$

$c_w$	[kWs/m <sup>3</sup> K]	spezifische Wärme des Wassers
$\dot{V}$	[m <sup>3</sup> /s]	Volumenstrom des aufheizenden Warmwassers
$t_E$	[K]	Heizwassertemperatur am Austritt aus dem Festbett
$t_A$	[K]	Eintrittstemperatur des Heizwassers
$t_{b-m}$	[K]	mittlere Temperatur des Bewuchses über die Anströmlänge

$\dot{Q}$  ist die Wärmemenge, die über die gesamte Festbettlänge in Richtung Abwasser fließt, wobei am Eintritt wegen der höheren Heizwassertemperatur mehr übertragen wird als am Ende. Auch für diesen Anwendungsfall gilt, dass die Gesamtwärmedurchgangszahl  $k$ , in die die Wärmeleitung durch die Isolierschicht des Festbettes eingeht, für die Berechnung nicht benötigt wird. Die Isolierung hat auf den Wärmearaufwand keinen Einfluss.

Betrachtet man jedoch den Temperaturverlauf über das Festbett, besteht ein Unterschied der Warmwasser- zur elektrischen Heizung. Sowohl die Warmwassertemperatur als auch die Temperatur  $t_b$  ändern sich innerhalb der Länge  $L_H$  des durchfließenden Heizmediums. Im Verlauf der Strömung überträgt das Heizmedium Wärme, kühlt sich ab und bedingt dadurch an jedem Längenabschnitt eine andere Wärmezufuhr zum biologischen Rasen und infolge dessen auch eine andere Temperatur  $t_b$ .

In differentieller Schreibweise ist Gl. (1)

$$d\dot{Q} = k \cdot (t_{i-l} - t_w) \cdot dA = k \cdot (t_{i-l} - t_w) \cdot b \cdot dl_H$$

$t_{i-l}$	[K]	variable Innentemperatur über die Länge $l_H$
$b$	[m]	Breite der Wärmetauschfläche; beim kreisrunden Rohr ist $b = 2\pi r$ .
$l_H$	[m]	variable Länge in Fließrichtung des Heizmediums

Die vom Heizmedium abgegebene Wärme ist

$$d\dot{Q} = -c_w \cdot \dot{V} \cdot dt$$

Sie ist gleich der vom Festbett aufgenommenen und an das Abwasser abgeführten Wärme.

$$k \cdot (t_{i-l} - t_w) \cdot b \cdot dl_H = -c_w \cdot \dot{V} \cdot dt_{i-l}$$

Die Integration liefert in den Grenzen vom Eintritt des warmen Wassers bis zur variablen Stelle  $l_H$ , an der die Warmwassertemperatur  $t_{i-l}$  beträgt, die allgemeine Beziehung

$$-\ln(t_{i-1} - t_w) \Big|_{t_A}^{t_{i-1}} = \frac{k \cdot b}{c_w \cdot \dot{V}} \cdot l_H \Big|_0^{l_H}$$

$$\ln \frac{t_A - t_w}{t_{i-1} - t_w} = \frac{k \cdot b}{c_w \cdot \dot{V}} \cdot l_H \quad (7)$$

An einer beliebigen Stelle des Warmwasserflusses ist.

$$t_{i-1} - t_w = (t_A - t_w) \cdot e^{-\frac{k \cdot b}{c_w \cdot \dot{V}} \cdot l_H} \quad (8)$$

Der Temperaturabfall des Heizmediums vom Eintritt bis zum Austritt kann durch die Wärmedurchgangszahl  $k$ , die Abmessungen des Festbettes und die Abwassertemperatur  $t_w$  ausgedrückt werden. Für  $l_H = L_H$  wird  $t_{i-1} = t_E$ .

Führt man in die Beziehung (8) die Gl. (5) ein und setzt dort  $t_i = t_{i-1}$  und  $t_b = t_{b-1}$ , so erhält man eine Beziehung zwischen der Temperatur am Fuß des biologischen Rasens und der Länge in Richtung des Heizstromes.

$$t_{b-1} - t_w = f(l_H) = (t_A - t_w) \cdot \frac{k}{k_b} \cdot e^{-\frac{k \cdot b}{c_w \cdot \dot{V}} \cdot l_H} = (t_A - t_w) \cdot \frac{k}{k_b} \cdot e^{-\frac{k \cdot b}{\dot{Q}} \cdot (t_A - t_E) \cdot l_H} \quad (9)$$

$t_{b-1}$  [K] =  $f(l_H)$ ; variable Temperatur zwischen Festbettmaterial und Bewuchs

Zwischen der Temperatur am Fuß des Bewuchses und der Länge in Richtung des Warmwassers besteht ein exponentieller Zusammenhang. Am Heizungsanfang ist  $t_b$  größer als am Ende. Den Verlauf der Bewuchstemperatur  $t_{b-1}(l_H)$  nach Gl. (9) beeinflusst auch die Gesamtwärmedurchgangszahl  $k$ , d.h. hierfür ist die Isolierung von Bedeutung. Bessere Isolierung der Einbauten bewirkt eine Vergleichmäßigung der Temperaturverteilung, jedoch nicht eine Verringerung des Energieverbrauchs. Die interessierende Bewuchstemperatur  $t_{b-1}$  stellt sich zwangsläufig ein, wenn z.B. die Heizwassereintrittstemperatur  $t_A$  bei sonst festgelegten Verhältnissen vorgegeben wird.

Der Mittelwert der Bewuchstemperatur  $t_{b-m}$  über die Anströmlänge ist

$$t_{b-m} - t_w = \frac{\int_0^{L_H} (t_{b-1} - t_w) \cdot dl}{L_H}$$

$L_H$  [m] Länge des Festbettes in Heizstromrichtung

Aus der entsprechenden Integration der rechten Seite in Gl. (9) erhält man, aufgelöst nach  $t_A$

$$t_A - t_w = (t_{b-m} - t_w) \cdot \frac{k_b}{k} \cdot \frac{k \cdot b}{c_w \cdot \dot{V}} \cdot \frac{L_H}{(1 - e^{-\frac{k \cdot b}{c_w \cdot \dot{V}} \cdot L_H})} \quad (10)$$

Somit kann die erforderliche Heizwassereintrittstemperatur für eine gewünschte mittlere Bewuchstemperatur ermittelt werden.

Im Kap. 5. und 6. werden die Wärmewiderstände, die Wärmeübergangszahlen und damit die Wärmedurchgangszahlen  $k_b$  für die einzelnen Anwendungsfälle berechnet. Die Wärmeübergangszahl  $\alpha$  vom Feststoff, d.h. vom biologischen Rasen, an das Wasser hängt von der Ausbildung der Grenzschicht des Wassers ab. Hierbei ist von Bedeutung, ob turbulente oder laminare Strömung herrscht.

#### 4. Annahmen und Festlegungen:

- Hinsichtlich der Wärmedurchgangsverhältnisse wird der Bewuchs zunächst als eine ruhende Wasserschicht an der Wandung mit der Wärmeleitfähigkeit von Wasser angesehen.

$$\lambda_b \approx \lambda_{\text{Wasser}}$$

- In weitergehenden Abschätzungen wird die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_b$  bis zum Extremfall

$$\lambda_b \rightarrow \lambda_{\text{Fettgewebe}}$$

variiert.

- Das Wasser fließe außerhalb der Grenzschicht mit einer Geschwindigkeit von 1 m/s längs der Einbauten. Die Reynoldszahl ergibt sich bei 10°C Wassertemperatur und einer Länge des Festbettes längs der Strömungsrichtung von 1m zu

$$Re_L = \frac{c_{\text{Wasser}} \cdot L}{\nu} \quad \text{für die Platte einer Länge } L \text{ längs der Strömungs-}$$

$$Re_L = \frac{1 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ m}}{1,31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 7,6 \cdot 10^5 \quad \text{richtung von 1 m}$$

$$Re_d = \frac{c_{\text{Wasser}} \cdot d_R}{\nu} \quad \text{für das zylindrische Rohr mit } d_R = 0,07 \text{ m Außen-}$$

$$Re_d = \frac{1 \text{ m/s} \cdot 0,07 \text{ m}}{1,31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 0,53 \cdot 10^5 \quad \text{durchmesser}$$

$c_{\text{Wasser}}$	[m/s]	Strömungsgeschwindigkeit des Wassers außerhalb der Grenzschicht
L	[m]	Plattenlänge in Richtung der Abwasserströmung (ist nicht unbedingt identisch mit der Länge $L_H$ in Richtung des Heizwasserstromes)
$\nu$	[m <sup>2</sup> /s]	kinematische Zähigkeit des Wassers
$d_R$	[m]	Rohraußendurchmesser ohne Bewuchs

Der Umschlag laminar- turbulent erfolgt im Bereich

$$Re_L \approx 5 \cdot 10^5 \quad \text{für die Platte}$$

$$Re_d \approx 3 \cdot 10^3 \quad \text{für das kreisrunde Rohr.}$$

Auch bei einer etwas kleineren Abmessung oder Geschwindigkeit an der Platte und insbesondere am Rohr befinden wir uns noch im turbulenten Bereich. Die Vorgabe laut Aufgabenstellung ist erfüllt.



An der Platte entsteht jedoch eine laminare Eingangszone, an die sich die turbulente Ausbildung der Grenzschicht anschließt. Dieser laminare Bereich wird bei der Berechnung einbezogen. Es ist erforderlich, die Strecke bis zum Umschlagpunkt für jeden Einzelfall zu bestimmen. Am Rohr bildet sich die Strömung erst nach einer Einlaufstrecke von  $L_e/d_R = 40$  voll aus, wofür spezielle Beziehungen zum Wärmeübergang gelten. Da hier das von außen längs angeströmte Rohr untersucht wird, werden diese Beziehungen nicht herangezogen. Als Längenmaß gilt bei der Rohrströmung der hydraulische Durchmesser  $4A/U$  (hier:  $A [m^2] =$  umströmte Fläche,  $U [m] =$  Rohrumfang). Am kreisrunden Rohr ist er gleich dessen Durchmesser. Deshalb kann im vorliegenden Fall der Außendurchmesser verwendet werden.

- Die Luftblasen im Wasser werden nicht berücksichtigt. Da sich vom Beginn der Umströmung an die Grenzschicht ausbreitet, besteht in ihr eine Komponente der Wasserströmung weg von der Wand. Es ist zu vermuten, dass die Luftbläschen leichter von der Grenzschicht abgedrängt werden als Wasservolumenelemente, d.h. die Grenzschicht nur geringfügig beeinflussen.

- Der Innendurchmesser der Rohre betrage  $d_i = 20$  mm, der Außendurchmesser  $d_R = 70$  mm.

- Die Dicke der Isolierung des Festbettes wird mit 25 mm angesetzt.

- Die Temperatur  $t_i$  im Inneren des Festbettes sei ausgeglichen. Das bedeutet, dass sie bei elektrischer Heizung über die innere Fläche völlig gleich ist und bei Beheizung mit warmem Wasser an der Innenwand quer zur Warmwasserströmung ebenfalls konstant ist, in Richtung der Strömung hingegen kontinuierlich abnimmt.

- Die in die Berechnung eingehenden Stoffwerte sind temperaturabhängig. Da aber der Temperaturunterschied zwischen dem Wasser im Becken und im biologischen Rasen wenige Grad betragen wird und die Rechnung im Übrigen für nur 1 K Temperaturdifferenz angestellt wird, kann auf eine Differenzierung verzichtet werden. Es wird jedoch untersucht, wie sich eine Änderung der Wassertemperatur insgesamt auswirkt.

- Die Wassertemperatur  $t_{w-G}$  der Grenzschicht in unmittelbarer Nähe zur Wand wird wegen des sehr guten Wärmeübergangs (hohe  $\alpha$ -Werte) näherungsweise gleich der Wassertemperatur  $t_w$  gesetzt.

- Bei Warmwasserheizung ändern sich sowohl  $t_b$ , als auch die Temperatur in der Isolierung längs der Einbauten. Abschätzungen ergeben, dass der Temperaturunterschied des Bewuchses in Richtung Strömung, sofern eine Isolierung vorhanden ist, meist weniger als 2 K, höchstens jedoch 3,5 K beträgt. Auf eine Berücksichtigung bei den Stoffwerten längs der Heizstromrichtung kann daher verzichtet werden.

## 5. Berechnungsgrundlagen:

Für die Wärmeübergangs- und Wärmedurchgangskoeffizienten gelten zwar bei beiden Heizungsarten die gleichen Berechnungsgrundlagen. Allerdings weichen die Zahlenwerte genau genommen insofern voneinander ab, als der Temperaturverlauf  $t_b = f(l_H)$  unterschiedlich ist und die Stoffgrößen temperaturabhängig sind. Nach Kap. 4. (letzter Anstrich) wird jedoch vereinfachend keine Differenzierung vorgenommen. Somit gelten mit einem Fehler  $\ll 1\%$  die gleichen Berechnungen der Koeffizienten, gleichgültig ob es sich um elektrische oder Warmwasserheizung handelt.



## 5.1 Längs angeströmte Platte:

Die Wärmeleitung durch den Bewuchs der Platte bis zur Grenzschicht des Wassers beträgt

$$\dot{Q} = w_{\lambda-1} \cdot A \cdot (t_b - t_w) \quad , \quad (11)$$

wobei der Wärmewiderstand

$$w_{\lambda-1} = \frac{d_b}{\lambda_b} \approx \frac{d_b}{\lambda_{Wasser}} \quad (12)$$

definiert ist.

$d_b$	[m]	Dicke des Bewuchses
$\lambda_b$	[W/mK]	Wärmeleitkoeffizient des Bewuchses
$\lambda_{Wasser}$	[W/m K]	Wärmeleitkoeffizient des Wassers

Für die Wand des Festbettes (Isolierung) gilt

$$w_{iso} = \frac{d_{iso}}{\lambda_{iso}}$$

$d_{iso}$	[m]	Dicke der Wandung von der Wärmequelle bis nach außen
$\lambda_{iso}$	[W/mK]	Wärmeleitkoeffizient des Wandmaterials

Zur Berechnung nach den Gln. (3) und (4) ist die **Wärmeübergangszahl**  $\alpha$  noch nicht bekannt. Aus der experimentellen Integration der dimensionslosen Differentialgleichungen für den Wärmeübergang in der Grenzschicht sind verschiedene Zusammenhänge ermittelt worden, die sich in den einschlägigen Lehrbüchern und Nachschlagewerken finden.

Für die **turbulent** längs angeströmte Platte wird ein Ansatz nach Hütte [1,S.499,Formel (15)], verwendet.

$$Nu_l = 0,0325 \cdot Re_l^{0,8} \cdot Pr^{1/3} \quad (13a)$$

$Nu_l = \alpha_l \cdot l_{turb} / \lambda_{Wasser}$	[-]	Nusseltzahl bis zur Stelle l der Platte
$l$		variabler Längenabschnitt der Platte in Strömungsrichtung des Abwassers (allgemein)
$l_{turb}$	[m]	Länge der turbulenten Strömung an der Platte (variabel)
$\alpha_{l-turb}$	[W/m <sup>2</sup> K]	Wärmeübergangszahl vom Bewuchs der Platte bis zum Wasser bei Turbulenz
$Pr = \nu/a$	[-]	Prandtl- Zahl
$a = \lambda_{Wasser} / (c_w \cdot \rho)$	[m <sup>2</sup> /s]	Temperaturleitzahl
$c_w$	[kW/s/ kg K]	spezifische Wärme des Wassers
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Wasserdichte

Daraus berechnet sich der Wärmeübergang

$$\alpha_{l-turb} = \frac{Nu_l \cdot \lambda_{Wasser}}{l_{turb}} = \frac{\lambda_{Wasser} \cdot 0,0325 \cdot Re_l^{0,8} \cdot Pr^{1/3}}{l_{turb}} \quad (13b)$$

Der Wert  $\alpha_{l-turb}$  ist der jeweilige mittlere Wärmeübergang für Turbulenz bis zur Länge  $l$  und

$$Re_l = \frac{c_{Wasser} \cdot l}{\nu}$$

Ist die Einlaufkante sehr rau (z.B. Grat), dann ist die Strömung gestört; es liegt von Anfang an turbulente Strömung vor. In einem solchen Fall ändert sich Gl. (13b).

$$\alpha_{L-turb} = \frac{\lambda_{Wasser} \cdot 0,0325 \cdot Re_{L-turb}^{0,8} \cdot Pr^{1/3}}{L} ; \quad Re_{L-turb} = \frac{c_{Wasser} \cdot L_{turb}}{\nu} \quad (13c)$$

Bosnjakovic [2, S.219, Formeln (220, 221)] leitet im Falle der **laminaren** Strömung folgende Beziehung ab:

$$\alpha_{lam} = 0,664 \cdot \frac{\lambda_{Wasser}}{l_{lam}} \cdot Pr^{1/3} \cdot Re_{lam}^{1/2} ; \quad Re_{lam} = \frac{c_{Wasser} \cdot l_{lam}}{\nu} \quad (14)$$

$l_{lam}$  [m] Länge des laminaren Einstrombereichs ab Einlaufkante

Für die Eingangszone muss der laminare Zusammenhang verwendet werden. Wenn der gesamte Einlaufbereich innerhalb der Gesamtlänge  $L$  liegt, ist  $l_{lam} = l_x$

Der Zahlenwert für die laminare Einlauflänge bis zum Umschlagpunkt  $x$  ergibt sich aus der kritischen Re- Zahl.

$$Re_{lx} = \frac{c_{Wasser} \cdot l_x}{\nu} \approx 5 \cdot 10^5 ; \quad l_x \approx \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 1,31 \cdot 10^{-6}}{c_{Wasser}} \approx \frac{0,665}{c_{Wasser}} \quad (\text{für } 10^\circ\text{C})$$

Die laminare Länge beträgt z.B. bei 1 m/s 0,665 m. Sie ist also nicht zu vernachlässigen.

## 5.2 Längs angeströmtes Rohr:

Der Wärmestrom infolge **Wärmeleitung** durch eine gegen Null gehende Schichtdicke  $dr$  des zylindrischen Rohres ist allgemein

$$\dot{Q} = -\frac{dt}{dr} \cdot \lambda \cdot A = -\lambda \cdot 2\pi \cdot r \cdot L_R \cdot \frac{dt}{dr}$$

In den Grenzen vom inneren bis zum äußeren Rand des Bewuchses (gedacht als Kreisring) integriert und nach  $\dot{Q}$  aufgelöst, ist

$$\dot{Q} = 2\pi \cdot L_{H-d} \cdot \lambda_b \cdot \frac{t_b - t_{w-G}}{\ln \frac{r_R + d_b}{r_R}} ; \quad t_{w-G} \approx t_w \quad (15)$$

$r_R$  [m] Rohraußenradius ohne Bewuchs  
 $L_{H-d}$  [m] Rohrlänge  
 $t_{w-G}$  [K] Wassertemperatur in der Grenzschicht

Der für die Berechnung nach Gl. (4) benötigte flächenbezogene Wärmewiderstand  $w_{\lambda-d}$  (bei der Platte war dies  $d_b/\lambda_b$ ) kann nunmehr ermittelt werden.

$$w_{\lambda-d} = \frac{t_b - t_w}{\dot{Q}} \cdot 2\pi \cdot r_R \cdot L_R = \frac{r_R \cdot \ln \frac{r_R + d_b}{r_R}}{\lambda} \quad (16)$$

$w_{\lambda-d}$  [K m<sup>2</sup>/W] spezifischer Wärmewiderstand des Bewuchses am Rohr, bezogen auf den Rohraußendurchmesser

Für den Wärmeübergang bei turbulenter Rohrströmung werden in der Fachliteratur teilweise voneinander abweichende Formeln angeboten, die alle auf Untersuchungen zur experimentellen Integration der dimensionslosen Differentialgleichungen beruhen. Im Folgenden wird ein Überblick zusammen mit dem Ergebnis für

$t_w = 10^\circ\text{C}$ ,  $c_{\text{Wasser}} = 1 \text{ m/s}$ ,  $d_R = 0,07\text{m}$ ,  $d_b = 5 \text{ mm}$

gegeben.

Bosnjakovic [2, S. 479, Formel (255)]

$$Nu_d = 0,0398 \cdot Pr \cdot \frac{Re_d^{3/4}}{1 + 1,5 \cdot Pr^{-1/8} \cdot Re_d^{-1/8} \cdot (Pr - 1)}$$

$Nu_d = 425,2$ ;  $\alpha_d = 3029,9 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

Hütte [1, S.497, Formel (13)]

$$Nu_d = 0,024 \cdot Re_d^{0,8} \cdot Pr^{1/3}$$

$Nu_d = 344,1$ ;  $\alpha_d = 2452,0 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

Dubbel [3, S.444, Formel (72)]

$$Nu_d = 0,116 \cdot (Re_d^{2/3} - 125) \cdot Pr^{1/3} \cdot \left( 1 + \left( \frac{d}{L_{\text{Rohr}}} \right)^{2/3} \right) \quad (17)$$

$Nu_d = 417,2$ ;  $\alpha_d = 2972,5 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

Dubbel [3, S.444, Formel (71)]

$$Nu_d = 0,032 \cdot Re_d^{0,8} \cdot Pr^{0,37} \cdot \left( \frac{d}{L_{\text{Rohr}}} \right)^{0,054}$$

$Nu_d = 435,0$ ;  $\alpha_d = 3099,5 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

Es bedeuten

$$Re_d = \frac{c_w \cdot d}{\nu}; \quad Nu_d = \frac{\alpha_d \cdot d}{\lambda_{\text{Wasser}}}; \quad d = d_R + 2d_b$$

$\alpha_d$  [W/m<sup>2</sup> K] Wärmeübergangszahl vom Bewuchs des Rohres bis zum Wasser

Es wird die als Gl. (17) nummerierte Beziehung nach Dubbel verwendet. Die Gründe sind der breite Geltungsbereich von mehr als  $4500 < Re < 90000$  und die Tatsache, dass das Ergebnis dem Mittel aus den vier genannten Bestimmungsgleichungen am nächsten kommt.

Gl. (17) enthält zusätzlich einen Korrekturfaktor für die Temperatur:  $(\eta_w/\eta_{w-G})^{0,14}$ , wobei  $\eta$  die temperaturabhängige dynamische Zähigkeit [kg/m s] ist. Wie in Gl. (15) wird jedoch  $t_{w-G} \approx t_w$  gesetzt, so dass  $\eta_{Wasser}/\eta_{w-G} \approx 1$ .

### 5.3 Quer angeströmtes Rohr:

Die Wärmeleitung ist unabhängig von der Anströmung. Es gilt Gl. (16).

Nach einer praktischen Formel in [3, S.446, Formel (77)] für den **Wärmeübergang** hängen der Koeffizient und der Exponent von  $Re_d$  ab. Für  $10^\circ\text{C}$  und 5 mm Bewuchs ist

$c_w$	$d_R$	$Re_d$
m/s	m	-
1	0,07	$6,1 \cdot 10^4$
1	0,06	$4,6 \cdot 10^4$
1	0,08	$6,9 \cdot 10^4$
0,5	0,07	$3,1 \cdot 10^4$

Sämtliche Werte für 1 m/s bewegen sich innerhalb des Gültigkeitsbereiches  $0,4 \cdot 10^5 < Re_d < 4 \cdot 10^6$ , für 0,5 m/s am Rande der Gültigkeit.

$$Nu_d = 0,027 \cdot Re_d^{0,805} \cdot Pr^{0,31} \quad (18)$$

$$\alpha_{quer} = \frac{\lambda_{Wasser} \cdot 0,027 \cdot Re_d^{0,805} \cdot Pr^{0,31}}{d}$$

Wenn es sich um Rohrbündel handelt, ändern sich die  $\alpha$ -Werte in Abhängigkeit von der Anordnung, wenn sich die Rohre genügend eng zueinander befinden.

### 6. Zusätzliche Berechnungen für Warmwasserheizung:

Die zusätzlichen Berechnungen betreffen die Bewuchstemperaturen  $t_{b-1}$  innerhalb der Gesamtlänge  $L_H$  längs der Heizwasserströmung. Die Berechnung erfolgt nach den Gln. (9) und (10) für die mittlere Differenz zwischen Bewuchstemperatur und Wasser  $t_{b-m} - t_w = 1 \text{ K}$  und für eine bestimmte Temperaturdifferenz  $t_A - t_E$ .

Für die Ermittlung des  $k$ - Wertes muss nach Gl. (2) der Wärmewiderstand der Wand bzw. der Isolierung bekannt sein.

$$w_{iso} = \frac{r_i \cdot \ln \frac{r_i + d_{iso}}{r_i}}{\lambda_{iso}}$$

$r_i$  [m] Rohrrinnenradius

(Für die Platte wäre:  $w_{iso} = \frac{d_{iso}}{\lambda_{iso}}$ )

## 7. Rechenwerte:

### 7.1 Stoffwerte:

$t_w$	$\lambda_{\text{Wasser}}$	$c_w$	$\rho$	$a$	$\nu$	Pr
Abwassertemperatur	Wärmeleit- zahl	Spezifische Wärme	Dichte des Wassers	Wärme- leitzahl	kinemat. Viskosität	Prandtl- Zahl
°C	W/m·K	kW·s/kg·K	kg/m <sup>3</sup>	m <sup>2</sup> /s	m <sup>2</sup> /s	-
	[3], S. 817	[1], S. 433	[3], S. 274		[1], S. 765	
2	0,556	4,205	1,0·10 <sup>3</sup>	1,32·10 <sup>-7</sup>	1,69·10 <sup>-6</sup>	12,8
4	0,560	4,204	1,0·10 <sup>3</sup>	1,33·10 <sup>-7</sup>	1,6 ·10 <sup>-6</sup>	12,03
6	0,563	4,200	1,0·10 <sup>3</sup>	1,34·10 <sup>-7</sup>	1,5 ·10 <sup>-6</sup>	11,19
10	0,570	4,194	0,999· 10 <sup>3</sup>	1,36·10 <sup>-7</sup>	1,31·10 <sup>-6</sup>	9,63
12	0,573	4,191	0,999· 10 <sup>3</sup>	1,37·10 <sup>-7</sup>	1,25·10 <sup>-6</sup>	9,12
14	0,576	4,189	0,999· 10 <sup>3</sup>	1,38·10 <sup>-7</sup>	1,19·10 <sup>-6</sup>	8,62

### 7.2 Wärmetransport an der längs angeströmten Platte; $\lambda_b = \lambda_{\text{Wasser}}$ :

#### 7.2.1 Wärmeübergangszahlen des laminaren Einlaufs:

Im Falle einer Wassergeschwindigkeit von nur 0,5 m/s oder einer kürzeren Plattenlänge von nur 0,5 m ist lediglich eine laminare Grenzschicht vorhanden.

$t_w$	Einlauflänge	$\alpha_{\text{lam}}$	Einlauflänge	$\alpha_{\text{lam}}$	Einlauflänge	$\alpha_{\text{lam}}$
°C	m	W/m <sup>2</sup> K	m	W/m <sup>2</sup> K	m	W/m <sup>2</sup> K
	$c_{\text{Wasser}}=1\text{m/s}$		$c_{\text{Wasser}}=0,5\text{m/s}$		$c_{\text{Wasser}}=1\text{m/s}$	
		L = 1 m		L = 1 m		L=0,5m
2	0,845	722	1,69	469	0,845	939
4	0,80	753	1,60	476	0,80	953
6	0,75	788	1,50	483	0,75	966
10	0,655	869	1,31	498	0,655	995
12	0,625	899	1,25	503	0,625	1006
14	0,595	932	1,19	508	0,595	1017

#### 7.2.2 Wärmeübergangszahlen der turbulenten Strecke einschließlich laminarem Einlauf:

$c_{\text{Wasser}} = 1 \text{ m/s}; L = 1 \text{ m}$

$t_w$	$\alpha_{\text{l-turb}}$	$\alpha_{\text{t-turb}}$	$\alpha_{\text{t}}$
°C	W/m <sup>2</sup> K	W/m <sup>2</sup> K	W/m <sup>2</sup> K
	ohne Einlaufbereich	gesamte Länge turbulent	lam./turb.
2	1425	1784	830
4	1477	1807	897
6	1535	1867	975
10	1668	2004	1145
12	1716	2054	1205
14	1768	2107	1276

Im turbulenten Teil ist der Wärmeübergang deutlich höher als im laminaren, d.h. es kommt zu einer stärkeren Abkühlung der Wand.

### 7.2.3 Wärmedurchgang $k_{b-1}$ für die gesamte Plattenlänge:

$t_w$ °C	$d_b/\lambda_{\text{Wasser}}$ m <sup>2</sup> K/W	$d_b/\lambda_{\text{Wasser}}$ m <sup>2</sup> K/W	$k_{b-1}$ W/m <sup>2</sup> K	$k_{b-1}$ W/m <sup>2</sup> K	$k_{b-1}$ W/m <sup>2</sup> K	$k_{b-1}$ W/m <sup>2</sup> K	$k_{b-1}$ W/m <sup>2</sup> K	$k_{b-1}$ W/m <sup>2</sup> K
			$c_{\text{Wasser}}=1\text{m/s}$		$c_{\text{Wasser}}=0,5\text{m/s}$		$c_{\text{Wasser}}=1\text{m/s}$	
			L=1 m		L=1 m		L=0,5 m	L=1 m
			lam./turb.		lam.		lam.	alles turb.
	$d_b=5\text{mm}$	$d_b=10\text{mm}$	$d_b=5\text{mm}$	$d_b=10\text{mm}$	$d_b=5\text{mm}$	$d_b=10\text{mm}$		$d_b=5\text{mm}$
2	$9 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	98,0	52,1	89,8	49,7	52,5	104,6
4	$8,9 \cdot 10^{-3}$	$1,78 \cdot 10^{-2}$	99,9	52,9	90,9	50,2	53,1	105,8
6	$8,9 \cdot 10^{-3}$	$1,78 \cdot 10^{-2}$	100,7	53,1	91,1	50,3	53,1	106,0
10	$8,8 \cdot 10^{-3}$	$1,76 \cdot 10^{-2}$	103,4	54,1	92,5	51,0	53,7	107,5
12	$8,7 \cdot 10^{-3}$	$1,76 \cdot 10^{-2}$	104,9	54,3	93,6	51,1	53,8	108,9
14	$8,7 \cdot 10^{-3}$	$1,74 \cdot 10^{-2}$	105,4	55,0	93,7	51,6	54,4	109,0

Die Wärmedurchgangszahl über die Gesamtlänge L setzt sich aus dem laminaren und ggf. anschließenden turbulenten Anteil zusammen. Die örtlichen und somit auch mittleren Wärmeübergangszahlen verändern sich längs der Plattenlänge. Insbesondere gilt dies nach dem Umschlag in die turbulente Grenzschichtausbildung. Insofern wird sich auch die örtliche Temperatur an der Plattenwandung leicht verändern. Vereinfachend wird mit dem Mittel des Wärmeübergangs aus allen Anteilen für die gesamte Platte gerechnet.

Die Wärmedurchgangszahl  $k_{b-1}$  wird nach Gl. (4) ermittelt. Der Wärmewiderstand  $d_b/\lambda_b$  durch den Bewuchs ist bei den berechneten Fällen über 4 bis knapp 40 mal größer als der des Wärmeübergangs. Er ist demzufolge entscheidend für das Ergebnis.

### 7.2.4 Wärmestrom $\dot{Q}_1$ an der Platte:

Der Wärmestrom an das Wasser ist nach Gl. (3) für 1 m<sup>2</sup> und eine Temperaturdifferenz ( $t_b - t_w$ ) von 1 K im Zahlenwert identisch mit den  $k_b$ - Werten. Umgerechnet auf den Energieverbrauch pro Tag beträgt er:

$t_w$ °C	Wärmeaufwand pro Tag $\dot{Q}_1$					
	kWh/m <sup>2</sup> d K	kWh/m <sup>2</sup> d K	kWh/m <sup>2</sup> d K	kWh/m <sup>2</sup> d K	kWh/m <sup>2</sup> d K	kWh/m <sup>2</sup> d K
	$c_{\text{Wasser}}=1\text{m/s}$		$c_{\text{Wasser}}=0,5\text{m/s}$		$c_{\text{Wasser}}=1\text{m/s}$	
	L=1 m		L=1 m		L=0,5 m	L=1 m
	lam./turb.		laminar		laminar	alles turbulent
	$d_b=5\text{mm}$	$d_b=10\text{mm}$	$d_b=5\text{mm}$	$d_b=10\text{mm}$		$d_b=5\text{mm}$
2	2,35	1,25	2,16	1,19	1,26	2,51
4	2,40	1,27	2,18	1,20	1,27	2,54
6	2,42	1,27	2,19	1,21	1,27	2,54
10	2,48	1,30	2,22	1,22	1,29	2,58
12	2,52	1,30	2,25	1,23	1,29	2,61
14	2,53	1,32	2,25	1,24	1,31	2,62

Die doppelte Schichtdicke reduziert den erforderlichen Wärmestrom auf nahezu die Hälfte.



Obwohl der Einfluss der Wärmeübergangszahl  $\alpha$  auf das Ergebnis gering ist, sollte auf eine glatte Einlaufkante geachtet werden, um einen langen laminaren Anteil an der Gesamtstrecke  $L$  zu ermöglichen. Ebenso wirkt sich eine geringere Wassergeschwindigkeit positiv auf den Energieverbrauch aus.

Die Wassertemperatur geht in das Ergebnis nur über die Stoffwerte ein. Der Einfluss im untersuchten Bereich ist gering.

### 7.3 Einfluss der Wärmeleitfähigkeit des biologischen Rasens bei der längs angeströmten Platte:

Für die Höhe des Energiestromes ist neben der Dicke die Wärmeleitung durch den Bewuchs ausschlaggebend. Unter der Annahme, dass die vorgegebenen 5% Trockensubstanz im biologischen Rasen anteilig die Wärmeleitung beeinflussen, lauten die Ergebnisse:

$$\lambda_b \approx \left(1 - \frac{\text{Trockenmasse}}{100}\right) \cdot \lambda_{\text{Wasser}} + \frac{\text{Trockenmasse}}{100} \cdot \lambda_{\text{TS}} \approx 0,54 \text{ W/m K}$$

$$\lambda_{\text{TS}} \approx 0,045 \text{ W/m K (Annahme: Wärmeleitung von Torf)}$$

#### Wärmedurchgang $k_{b-1}$ an der Platte; $\lambda_b < \lambda_{\text{Wasser}}$ : Wichtung nach der Trockensubstanz

$t_w$ °C	$d_b/\lambda_b$ m <sup>2</sup> K/W	$d_b/\lambda_b$ m <sup>2</sup> K/W	$k_{b-1}$ W/m <sup>2</sup> K	$k_{b-1}$ W/m <sup>2</sup> K	$k_{b-1}$ W/m <sup>2</sup> K	$k_{b-1}$ W/m <sup>2</sup> K	$k_{b-1}$ W/m <sup>2</sup> K	$k_{b-1}$ W/m <sup>2</sup> K	$k_{b-1}$ W/m <sup>2</sup> K
			c <sub>Wasser</sub> =1m/s		c <sub>Wasser</sub> =0,5m/s		c <sub>Wasser</sub> =1m/s		
			L=1 m		L=1 m		L=0,5 m	L=1 m	
			lam./turb.		lam.		lam.	alles turb.	
	$d_b=5\text{mm}$	$d_b=10\text{mm}$	$d_b=5\text{mm}$	$d_b=10\text{mm}$	$d_b=5\text{mm}$	$d_b=10\text{mm}$		$d=5\text{mm}$	
2	$9,4 \cdot 10^{-3}$	$1,89 \cdot 10^{-2}$	94,3	49,7	86,7	47,5	50,1	100,4	100,4
4	$9,3 \cdot 10^{-3}$	$1,87 \cdot 10^{-2}$	96,0	50,5	87,7	48,1	50,6	101,5	101,5
6	$9,2 \cdot 10^{-3}$	$1,86 \cdot 10^{-2}$	97,8	51,0	88,7	48,4	50,9	102,7	102,7
10	$9,1 \cdot 10^{-3}$	$1,84 \cdot 10^{-2}$	100,3	51,9	90,2	49,0	51,5	104,2	104,2
12	$9,1 \cdot 10^{-3}$	$1,83 \cdot 10^{-2}$	100,7	52,3	90,2	49,3	51,8	104,3	104,3
14	$9,0 \cdot 10^{-3}$	$1,81 \cdot 10^{-2}$	102,2	53,0	91,2	49,8	52,4	105,5	105,5

#### Wärmestrom an der Platte; $\lambda_b < \lambda_{\text{Wasser}}$ Wichtung nach der der Trockensubstanz;:

$t_w$ °C	Wärmeaufwand pro Tag und m <sup>2</sup> $\dot{Q}_1$					
°C	kWh/m <sup>2</sup> d K	kWh/m <sup>2</sup> d K	kWh/m <sup>2</sup> d K	kWh/m <sup>2</sup> d K	kWh/m <sup>2</sup> d K	kWh/m <sup>2</sup> d K
	c <sub>Wasser</sub> = 1 m/s		c <sub>Wasser</sub> =0,5m/s		c <sub>Wasser</sub> =1m/s	
	L = 1 m		L = 1 m		L = 0,5 m	L= 1 m
	lam./turb.		laminar		laminar	alles turbulent
	$d_b=5\text{mm}$	$d_b=10\text{mm}$	$d_b=5\text{mm}$	$d_b=10\text{mm}$		$d_b=5\text{mm}$
2	2,26	1,19	2,08	1,14	1,20	2,41
4	2,30	1,21	2,10	1,16	1,21	2,44
6	2,35	1,22	2,13	1,16	1,22	2,46
10	2,41	1,25	2,16	1,18	1,24	2,50
12	2,42	1,26	2,16	1,18	1,24	2,50
14	2,45	1,27	2,19	1,19	1,28	2,53



Die Resultate ergeben keine entscheidende Änderung. Im Vergleich zu den unter Kap. 7.2 für  $\lambda_b = \lambda_{\text{Wasser}}$  (Kap. 4, Annahme des ersten Anstrichs) mitgeteilten Berechnungsergebnissen verringert sich der Wärmeeaufwand rechnerisch etwa um 3,5%.

Der biologische Rasen hat die äußere Erscheinung einer gallertartigen organischen Masse. Es ist durchaus möglich, dass er eine bessere wärmeisolierende Wirkung hat, als bei den bisherigen Rechnungen angenommen. Zwar erreicht der Bewuchs auf Grund seines hohen Wasseranteils sicher nicht die Wärmeisolation z.B. von Fettgewebe. Die nachfolgenden Berechnungen sollen aber zeigen, wie der Wärmestrom sich vermindern kann, wenn der biologische Rasen die Eigenschaft einer spürbar geringeren Wärmeleitung besäße.

Die Wärmeleitfähigkeit von Fettgewebe beträgt 0,212 W/m K [4]. Der Wert stellt ein Extrem dar, das mit Sicherheit nicht vom biologischen Rasen erreicht wird.

#### Wärmestrom an der Platte; $\lambda_b \ll \lambda_w$ : abgestufte Werte bis $\lambda_{\text{Fett}}$

Elektrische Beheizung

$t_w = 10^\circ\text{C}$

Wärmeleitfähigkeit $\lambda_b$	Spezif. Wärmeeaufwand $\dot{Q}_l$			
	$d_b = 5 \text{ mm}$		$d_b = 10 \text{ mm}$	
$c_{\text{Wasser}}$	1 m/s	0,5 m/s	1 m/s	0,5 m/s
	lam./turb.	laminar	lam./turb.	laminar
W/m K	kWh/m <sup>2</sup> d K			
0,57	2,48	2,22	1,30	1,22
0,54	2,41	2,16	1,25	1,18
0,50	2,15	2,00	1,13	1,09
0,40	1,76	1,65	0,92	0,89
0,30	1,32	1,26	0,68	0,67
0,25	1,13	1,09	0,58	0,57
0,212	0,97	0,94	0,50	0,49

Erreicht der Bewuchs eine Dicke von 5 mm, wird der notwendige Energieaufwand, um 1 K Temperaturerhöhung pro m<sup>2</sup> Fläche zu erreichen, sicher über 1,0 kWh/m<sup>2</sup>d K liegen. Ist der biologische Rasen hingegen auf 10 mm ausgebildet, sind Energieaufwendungen unter 1 kWh/m<sup>2</sup>d K nicht grundsätzlich auszuschließen.

#### 7.4 Wärmetransport am längs angeströmten Rohr; $\lambda_b = \lambda_{\text{Wasser}}$ :

Die Berechnungen werden zunächst für den Fall angestellt, dass die Wärmeleitung im biologischen Rasen der des Wassers entspricht. Aus den Unterschieden zur Abwasserströmung am plattenförmigen Festbett ist ableitbar, wie sich die Wärmeableitung vergleichsweise in der Tendenz ändert.

Die Untersuchung zeigt nämlich, dass die Wärmeübergangszahlen deutlich höher als bei vergleichbaren Zuständen an der Platte sind, selbst wenn man dort eine gestörte Anfangsströmung, d.h. nur turbulente Verhältnisse annimmt.

### 7.4.1 Wärmeleitwiderstand :

t <sub>w</sub> °C	W <sub>λ-d</sub> m <sup>2</sup> K/W			
	d <sub>R</sub> = 0,07 m		d <sub>R</sub> = 0,06 m	d <sub>R</sub> = 0,08 m
	d <sub>b</sub> = 5 mm	d <sub>b</sub> = 10 mm	d <sub>b</sub> = 5 mm	
	x 10 <sup>-3</sup>	x 10 <sup>-3</sup>	x 10 <sup>-3</sup>	x 10 <sup>-3</sup>
2	8,7	16,8	8,6	8,7
4	8,6	16,7	8,6	8,7
6	8,6	16,6	8,5	8,6
10	8,5	16,4	8,4	8,5
12	8,4	16,3	8,4	8,5
14	8,4	16,2	8,3	8,4

### 7.4.2 Wärmeübergangszahlen:

t <sub>w</sub> °C	α <sub>d</sub> W/m <sup>2</sup> K				
	c <sub>Wasser</sub> = 1 m/s		c <sub>Wasser</sub> = 0,5 m/s	c <sub>Wasser</sub> = 1 m/s	
	d <sub>R</sub> = 0,07 m			d <sub>R</sub> = 0,06 m	d <sub>R</sub> = 0,08 m
	d <sub>b</sub> = 5 mm	d <sub>b</sub> = 10 mm		d <sub>b</sub> = 5 mm	
2	2646,6	2597,8	1563,8	2703,0	2597,8
4	2738,4	2667,5	1610,7	2777,6	2667,5
6	2796,7	2743,7	1661,6	2859,2	2743,7
10	2972,6	2914,0	1776,2	3041,4	2914,0
12	3035,5	2975,1	1817,1	3107,3	2975,1
14	3103,2	3040,6	1861,2	3177,1	3040,6

### 7.4.3 Wärmedurchgangszahlen:

t <sub>w</sub> °C	k <sub>b-d</sub> W/m <sup>2</sup> K				
	c <sub>Wasser</sub> = 1 m/s		c <sub>Wasser</sub> = 0,5 m/s	c <sub>Wasser</sub> = 1 m/s	
	d <sub>R</sub> = 0,07 m			d <sub>R</sub> = 0,06 m	d <sub>R</sub> = 0,08 m
	d <sub>b</sub> = 5 mm	d <sub>b</sub> = 10 mm		d <sub>b</sub> = 5 mm	
2	110,2	58,2	107,1	111,5	110,1
4	111,5	58,6	108,4	111,6	110,2
6	111,6	58,9	108,7	113,0	110,3
10	113,2	59,7	110,3	114,6	111,8
12	114,6	60,1	110,5	114,7	111,9
14	114,6	60,5	111,9	116,1	114,6

Die Wärmedurchgangszahlen sind durchweg höher als bei vergleichbaren Verhältnissen am plattenförmigen Festbett.

### 7.4.4 Wärmestrom:

Der Wärmebedarf pro Fläche und pro K beträgt

$t_w$	Wärmeaufwand pro Tag und $m^2 \dot{Q}_R$				
$^{\circ}C$	kWh/d $m^2 K$				
	$c_{Wasser} = 1 m/s$		$c_{Wasser} = 0,5 m/s$	$c_{Wasser} = 1 m/s$	
	$d_R = 0,07 m$			$d_R = 0,06 m$	$d_R = 0,08 m$
	$d_b = 5 mm$	$d_b = 10 mm$		$d_b = 5 mm$	
2	2,64	1,40	2,57	2,68	2,64
4	2,68	1,41	2,60	2,68	2,64
6	2,68	1,41	2,61	2,71	2,65
10	2,72	1,43	2,65	2,75	2,68
12	2,75	1,44	2,65	2,75	2,69
14	2,75	1,45	2,69	2,79	2,75

Der spezifische Wärmeaufwand ist etwas höher als an der Einbauplatte. Die Variation des Rohrdurchmessers erbringt praktisch keine Änderung, wohl aber ein dickerer Bewuchs.

Für eine Rohrlänge von 1 m ist die Außenfläche z.B.

$$d_R = 0,07 m : A = 0,0451 m^2$$

Zur Erreichung von  $1 m^2$  Bewuchsfläche muss eine Rohrschlange installiert werden.

## 7.5 Wärmetransport am quer angeströmten Rohr:

### 7.5.1 Wärmeübergang:

Für  $t_w = 10^{\circ}C$  ist

$c_{Wasser}$	$d_R$	$d_b$	$Nu_{quer}$	$\alpha_{quer}$	$k_{b-quer}$	$\dot{Q}_{quer}$
m/s	m	mm	-	$W/m^2 K$	$W/m^2 K$	$kWh/m^2 d K$
1	0,07	5	388,0	2764,5	116,8	2,80
1	0,06	5	348,5	2837,8	118,3	2,84
1	0,08	5	426,6	2701,8	115,3	2,77
0,5	0,07	5	222,1	1582,4	113,2	2,72
1	0,07	10	426,6	2701,8	63,4	1,52

Die  $\alpha$ -Werte liegen etwas niedriger als beim längs angeströmten Rohr. Allerdings verändert dies praktisch das Ergebnis kaum, so dass auf die weitere Darlegung der Ergebnisse verzichtet werden kann.

## 7. Einfluss der Wärmeleitfähigkeit des biologischen Rasens am längs angeströmten Rohr:

Es werden analog zur Berechnung am plattenartigen Einbau die bis zur Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_{Fett}$  abgestuften Ergebnisse für elektrische Beheizung zusammengefasst.

Die nachfolgend aufgeführten Ergebnisse zeigen: Wenn der biologische Rasen 5 mm dick ist, wird ein spezifischer Wärmeaufwand von deutlich mehr als  $1 kWh/m^2 d K$  erforderlich sein. Sollte der biologische Rasen bis 10 mm anwachsen, könnte der Aufwand um  $1 kWh/m^2 d K$  liegen.

$t_w = 10^\circ\text{C}$   
 $d_R = 70 \text{ mm}$

Wärmeleitfähigkeit $\lambda_b$	Spezif. Wärmeaufwand $\dot{Q}_l$			
	$d_b = 5 \text{ mm}$		$d_b = 10 \text{ mm}$	
$c_{\text{Wasser}}$	1 m/s	0,5 m/s	1 m/s	0,5 m/s
W/m K	kWh/m <sup>2</sup> d K			
0,57	2,72	2,65	1,43	1,42
0,54	2,59	2,53	1,36	1,35
0,50	2,41	2,35	1,26	1,25
0,40	1,93	1,90	1,01	1,01
0,30	1,46	1,44	0,76	0,76
0,25	1,22	1,21	0,64	0,63
0,212	1,04	1,03	0,54	0,54

## 8. Temperaturverlauf $t_b$ im Bewuchs für Warmwasserheizung:

### 8.1 Eingangswerte:

Rohrschlange

Wassertemperatur:

$$t_w = 10^\circ\text{C}$$

Außenrohrdurchmesser:

$$d_R = 70 \text{ mm}$$

Innenrohrdurchmesser:

$$d_i = 20 \text{ mm}$$

Dicke der Isolierschicht:

$$d_{iso} = 25 \text{ mm}$$

Wärmeaustauschfläche

$$A = 1 \text{ m}^2$$

Wärmeleitfähigkeit der Isolierung:

$$\lambda_{iso} = 0,2 \text{ W/m K (Gasbeton oder Schaum-  
 sinte einer Dichte } < 1000 \text{ kg/m}^3)$$

Wärmewiderstand der Isolierung:

$$w_{iso} = \frac{r_i \cdot \ln \frac{r_i + d_{iso}}{r_i}}{\lambda_{iso}} = \frac{0,02 \cdot \ln \frac{0,02 + 0,025}{0,02}}{0,2} = 0,081 \text{ m}^2 \text{ K/W}$$

$$\text{Außenumfang des Rohres} \cong \text{Breite: } b = \pi \cdot d_R = 0,22 \text{ m}$$

Dicke des Bewuchses	$d_b$	5 mm	10 mm
Wärmedurchgangszahl des Bewuchses	$k_b$	117,1 W/m <sup>2</sup> K	62,3 W/m <sup>2</sup> K
Wärmedurchgangszahl gesamt	$k$	11,17 W/m <sup>2</sup> K	10,34 W/m <sup>2</sup> K
Quotient	$k/k_b$	0,09054	0,16597
Länge des Rohres für 1 m <sup>2</sup> Austauschfläche mit $d_R$	$L_H$	4,547 m	

### 8.2 Berechnung für die mittlere Temperaturdifferenz $t_{b-m} - t_w = 1 \text{ K}$ :

Nach der für diese Belange erweiterten Gl. (9) erhält man den Temperaturverlauf in Warmwasserströmungsrichtung in Abhängigkeit von der vorgegebenen Warmwasseraustrittstemperatur.

$$t_{b-l} - t_w = f(l_H) = (t_A - t_w) \cdot \frac{k}{k_b} \cdot e^{-\frac{k \cdot b \cdot (t_A - t_w) \cdot L_H}{\dot{Q}_R \cdot A \cdot (t_{b-m} - t_w) \cdot L_H}}$$

Aus den Gln. (10) und (6) folgt, wie groß  $(t_A - t_W)$  in Abhängigkeit von  $(t_A - t_E)$  sein muss, damit eine bestimmte Differenz  $(t_{b-m} - t_W)$  gewährleistet ist.

$$t_A - t_W = (t_A - t_E) \cdot \frac{1}{1 - e^{-\frac{k \cdot (t_A - t_E)}{k_b \cdot (t_{b-m} - t_W)}}}$$

$$t_{b-1} - t_W = (t_A - t_E) \cdot \frac{k}{k_b} \cdot \frac{e^{-\frac{k \cdot (t_A - t_E)}{k_b \cdot (t_{b-m} - t_W)} \cdot \frac{l_H}{L_H}}}{1 - e^{-\frac{k \cdot (t_A - t_E)}{k_b \cdot (t_{b-m} - t_W)}}} \quad (19)$$

Temperaturdifferenz $t_{b-1} - t_W$ [ K ] in Abhängigkeit von der relativen Rohrlänge									
	$d_b = 5 \text{ mm}$				$d_b = 10 \text{ mm}$				
$t_A - t_E$	2K	5 K	10 K	15 K	2 K	5 K	10 K	15 K	20 K
$t_A - t_W$	12,1 K	13,7	16,8	20,2	7,1	8,9	12,4	16,4	20,8
$l_H/L_H$									
0	1,09	1,24	1,52	1,82	1,18	1,47	2,05	2,72	3,44
0,1	1,07	1,2	1,39	1,6	1,14	1,35	1,74	2,12	2,47
0,5	1,0	0,99	0,97	0,93	1,0	0,97	0,90	0,78	0,66
0,9	0,94	0,84	0,67	0,54	0,87	0,70	0,46	0,29	0,17
1	0,91	0,79	0,62	0,47	0,84	0,64	0,39	0,23	0,13

Die Bewuchstemperatur  $t_{b-1}$  ist an der Stelle des Warmwassereintritts ( $l_H/L_H = 0$ ) größer und am Austritt ( $l_H/L_H = 1$ ) kleiner als 1 K über der Abwassertemperatur. Das genaue Mittel (hier 1 K) befindet sich nicht in der Mitte der Rohrlänge, weil eine e- Funktion vorliegt. (Die Spalten für  $t_A - t_E = 2 \text{ K}$  ergeben nur gerundet 1,0.) Umso größer die Temperaturdifferenz  $t_A - t_E$  ist, desto geringer ist der (hier nicht bekannte) Warmwasservolumenstrom und desto höher ist bei gegebener Wärmeabgabe durch die Wand zum biologischen Rasen die erforderliche Eingangstemperatur  $t_A$ . Bei einem solcherart erhöhten Temperaturniveau ist der Gradient der Bewuchstemperatur vom Eintritt zum Austritt stärker ausgeprägt. Dieser Zusammenhang lässt sich in der Tabelle verfolgen, wenn man die Spalten von links nach rechts vergleicht.

Mit Hilfe der Gln. (16), angewendet auf  $w_{iso}$ , und (19) kann auch errechnet werden, dass die Isolierung einen vergleichmäßigen Einfluss auf den Gradienten  $t_{b-1} = f(l_H)$  hat. Umso besser das warmwasserführende Rohr isoliert ist, desto geringer wird der Unterschied der Bewuchstemperatur zwischen Warmwassereintritts- und - austrittsstelle sein. Allerdings ist dann auch ein höheres Temperaturniveau des Warmwassers erforderlich.



## 9. Einschätzung der Ergebnisse:

Die rechnerische Abschätzung des Energieaufwandes zur Beheizung von Festbetten bezieht sich auf 1 m<sup>2</sup> Austauschfläche und eine um 1 K höhere Temperatur an der Aufwuchsfläche des biologischen Rasens gegenüber der Abwassertemperatur. Die Berechnungsergebnisse sind in Kap. 7. zusammengestellt.

1. Der Energiestrom wird vor allem von der Wärmeleitung durch die Bewuchsschicht beeinflusst. Das Ergebnis wird zu ca. 90% von der Ausbildung und den Eigenschaften des biologischen Rasens bestimmt. Insofern haben die aufwändigen und in der Literatur zum Teil etwas voneinander abweichenden Berechnungsformeln für den Wärmeübergang durch die sich ausbildende Grenzschicht an das Abwasser eingeschränkte Relevanz.
2. Eine niedrigere Wärmeleitfähigkeit des biologischen Rasens bewirkt einen geringeren Wärmefluss und damit einen verminderten Energieaufwand zur Erreichung einer um 1 K höheren Bewuchstemperatur gegenüber dem Abwasser. Die Wärmeleitzahlen sind jedoch nicht bekannt. Sie bewegen sich zwischen den Extremen 0,21 W/m K für Fettgewebe und 0,57 W/m K für 10°C warmes Wasser.
3. Der Energieeinsatz verringert sich deutlich, wenn die Stärke des biologischen Rasens zunimmt.
4. Schätzt man die Wärmeleitzahl des biologischen Rasens als in der Mitte liegend zwischen Fettgewebe und Wasser ab, dann stellt sich der Wärmeverbrauch wie folgt dar:

Wärmeleitzahl	0,4 W/m K	
Bewuchsdicke	5 mm:	ca. 1,7 kWh/m <sup>2</sup> d K
Bewuchsdicke	10 mm:	ca. 0,9 kWh/m <sup>2</sup> d K

5. Der biologische Rasen besteht nur zu ca. 5 % aus organischem Material. Er bildet einen gallertartigen wässrigen Belag. Deshalb beruht ein Teil der Berechnungen auf der Annahme, dass er quasi eine ruhende Wasserschicht mit der Wärmeleiteigenschaft des Wassers darstellt. Unter dieser Voraussetzung beträgt der spezifische Energieaufwand auf dem plattenförmigen Festbett

Wärmeleitzahl	0,57 W/m K	
Bewuchsdicke	5 mm:	ca. 2,45 kWh/m <sup>2</sup> d K
Bewuchsdicke	10 mm:	ca. 1,25 kWh/m <sup>2</sup> d K

6. Aus einer Abschätzung der Wärmeleitzahl des biologischen Rasens über die Wichtung nach dem Massenanteil der Trockensubstanz resultiert im Vergleich zum Wasser nur ein geringfügig kleinerer Energieverbrauch.
7. Eingrenzend resultiert aus den Berechnungen:

Erreicht der Bewuchs eine Dicke von 5 mm, wird der notwendige Energieaufwand am plattenförmigen beheizten Festbett deutlich **über 1,0 kWh/m<sup>2</sup>d K** liegen. Ist der biologische Rasen auf 10 mm ausgebildet, sinkt der notwendige Energiestrom auf fast 50% des genannten Wertes.

8. Das als Rohrschlange ausgebildete Festbett verlangt 16% (Bewuchsdicke 5 mm) bzw. 20% (Dicke 10 mm) höhere Wärmeeinsätze als der plattenförmige Einbau.

9. Die Energiemenge kann insgesamt um ca. 5% gesenkt werden, wenn die Strömung an der Festbettplatte vollständig laminar gehalten wird. Das ist durch eine geringere Abwasserströmung oder durch eine kleinere Plattenlänge in Richtung der Abwasserströmung erreichbar. Die laminaren Einlaufängen, die nicht überschritten werden sollten, liegen in der Größenordnung von mehr als 0,5 m.
10. Der Einlaufbereich der Platte soll gratfrei und kantenfrei sein, um eine ungestörte Anströmung zu gewährleisten. Andernfalls kann sich der Wärmestrom infolge turbulenter Strömung von Anfang an um bis zu 4% erhöhen.
11. Bei elektrischer Innenbeheizung des Festbettes ist die Bewuchstemperatur über die gesamte Länge gleich.
12. Wird Warmwasser zur Beheizung angewandt, kühlt sich das Heizwasser vom Eintritt bis zum Austritt ab. Dementsprechend ändert sich auch die Bewuchstemperatur. Die Differenz zwischen Anfang und Ende kann mehrere K betragen. Zu beachten ist hierbei, dass sich die mittlere Temperatur nicht in der Mitte der Durchströmlänge einstellt. Sie ist infolge des exponentiellen Verlaufs zum Einlaufbereich hin verschoben.
13. Der Temperaturgradient innerhalb eines 25 mm starken Isoliermaterials aus Glassinter oder Gasbeton beträgt ca. 0,45 K/mm. In den Poren der Isolierung wird sich demnach bevorzugt biologischer Rasen bilden. Dies hat wiederum zur Folge, dass sich die Dämmung in der Tendenz verbessert.
14. Die Temperatur des Abwassers hat einen untergeordneten Einfluss auf den Wärmehaushalt, wenn der Bewuchs um 1 K aufgewärmt werden soll. Die Energiemenge steigt etwa 2 bis 3% an, wenn die Abwassertemperatur im Vergleich zu 10°C um 4 K zunimmt. Sie sinkt um 4 bis 6%, wenn die Temperatur 8 K niedriger ist.
15. Die Isolierung hat keinen Einfluss auf den Energieverbrauch. Sie ist jedoch zur Vergleichmäßigung der Temperaturverteilung hilfreich. Sie ist erforderlich, wenn die Heizung im Inneren mit Warmwasser vorgesehen ist, da sonst die Bewuchstemperatur längs des Heizwasserstromes stark differiert.

## 10. Zusammenfassung:

Durch Beheizung von Festbetten, die sich in Abwasserbecken befinden, erhöht sich die Aktivität der sessilen Bakterien. Die auftretenden Wärmeströme sind abschätzend theoretisch berechnet worden. Es liegen Ergebnisse vor für

- die Festbettausbildung als Platte oder als Rohr (längs- und querangeströmt),
- unterschiedliche Wärmeleitfähigkeiten des biologischen Rasens,
- verschiedene Abwassertemperaturen, abgestuft zwischen 2 °C und 14 °C,
- Geschwindigkeiten des Abwassers an der Einbauoberfläche von 1 m/s und 0,5 m/s,
- eine Schichtdicke der sessilen Bakterien von 5 mm und 10 mm,
- eine elektrisch oder mit Warmwasser betriebene Innenbeheizung.

Der Wärmestrom stellt sich je nach Variation der Parameter zwischen 2,5 und 0,5 kWh/m<sup>2</sup>d K ein. Er wird sich praktisch auf >1 kWh/m<sup>2</sup>d K einpendeln. Der Temperaturbezug betrifft die mittlere Erhöhung der Bewuchstemperatur gegenüber der Abwassertemperatur. Einen großen Einfluss auf das Ergebnis haben die Wärmeleiteigenschaften und die Schichtdicke des ausgebildeten biologischen Rasens. Möglichkeiten der Energieeinsparung werden aufgezeigt. Ihr Einfluss ist jedoch beschränkt. Bei Warmwasserheizung ist wegen der notwendigen Ver-



gleichmäßigung der Temperatur auf eine gute Isolierung zu achten. Auf den Energieeinsatz hat die Isolierung ansonsten keinen Einfluss.

**Literatur:**

- [ 1 ] Hütte Des Ingenieurs Taschenbuch, Berlin 1955
- [ 2 ] Bosnjakovic, F. Technische Thermodynamik, T.1, 1972
- [ 3 ] Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau, 1. Band, 1963
- [4] Uni Düsseldorf Internet: [www.uni-duesseldorf.de/ Math.Nat./Biologie/Didaktik](http://www.uni-duesseldorf.de/Math.Nat./Biologie/Didaktik)



Dr. – Ing. Ingo Schwerdtfeger

23.06.2008